৫ম অধ্যায়
পদার্থের অবস্থা ও চাপ
৫ম অধ্যায়ের আলোচ্য বিষয়সমূহ

1. পদার্থের অবস্থা ও প্রকারভেদ
2. চাপ সংক্রান্ত আলোচনা
3. ঘনত্ব সংক্রান্ত আলোচনা
4. অধ্যায় সংক্রান্ত প্রয়োজনীয় কনভার্টার
5. আপেক্ষিক গুরুত্ব সংক্রান্ত আলোচনা
6. ভরকেন্দ্র সংক্রান্ত আলোচনা
7. বিভিন্ন বস্তুর ভরকেন্দ্রের অবস্থান ও আপেক্ষিক গুরুত্ব
8. তরলের ভিতরে চাপের রাশিমালা ও তার প্রয়োগ
9. পানির ক্ষেত্রে পানির চাপের সাথে গভীরতার সম্পর্ক
10. পানির ক্ষেত্রে শুধু পানির চাপের সাথে গভীরতার লেখচিত্র ও তার পর্যালোচনা
11. প্রবাহীর প্লবতা ও ঊর্ধ্বমূখী বল
12. প্লবতার রাশিমালা
13. অপসারিত তরলের ওজন নির্ণয়ের পদ্ধতি ও তার প্রয়োগ
14. হারানো ওজন ও তা বের করার পদ্ধতি
15. আর্কিমিডিসের সূত্র ও তার অনুসিদ্ধান্ত এবং এর প্রয়োগ
16. বস্তুর ভেসে থাকা বা ডুবে যাওয়া সংক্রান্ত শর্ত এবং শর্তসমূহে গতি ও গতিসূত্রের প্রয়োগ
17. তরল পদার্থে বস্তুর নিমজ্জিত ও ভাসমান অংশ নির্ণয়ের পদ্ধতি ও তার প্রয়োগ
18. ভেজাল বা খাদের পরিমাণ নির্ণয়ের রাশিমালা ও তার প্রয়োগ

19. প্যাসকেলের সূত্র ও তার ব্যাখ্যা

20. আবদ্ধ তরলের আয়তনের নিত্যতা ও তার রাশিমালা

21. প্যাসকেলের সূত্রের গাণিতিক প্রমাণ

22. বলবৃদ্ধিকরণ নীতি

23. আর্কিমিডিসের বলবৃদ্ধিকরণ নীতির গাণিতিক প্রমাণ

24. আর্কিমিডিসের বলবৃদ্ধিকরণ নীতির উপর শক্তির নিত্যতার সূত্রের প্রয়োগ ও অনুশীলন

25. বাতাসের চাপ সংক্রান্ত আলোচনা ও অনুশীলন

26. বায়ুর ক্ষেত্রে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সাথে উচ্চতার সম্পর্ক এবং তার বিভিন্ন প্রয়োগক্ষেত্র

27. বায়ুর ক্ষেত্রে বায়ুমন্ডলীয় চাপের সাথে উচ্চতার লেখচিত্র ও তার পর্যালোচনা এবং অনুশীলন

28. বাতাসের চাপ ও আবহাওয়া সংক্রান্ত আলোচনা

29. বিভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ

30. আবহাওয়ার পূর্বাভাস ; ব্যারোমিটার ও হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাসের পদ্ধতি

31. স্থিতিস্থাপকতা এর সীমা ও ক্লান্তি এবং কারণ

32. পৃষ্টটান, পৃষ্টশক্তি ও পৃষ্টটানের আণবিক তত্ত্ব।

33. পৃষ্টটানের কারনে তরল পৃষ্টের স্থিতিস্থাপকতা ও বৃষ্টির ফোটার আঁকার

34. বিকৃতি ও তার প্রকারভেদ সমূহ এবং এদের রাশিমালা

35. পীড়ন ও তার প্রকারভেদ সমূহ

36. হুকের সূত্র

37. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক; ইয়াংস মডুলাস, দৃঢ়তার গুণাঙ্ক, বাল্ক মডুলাস এবং এদের রাশিমালা

38. সংনম্যতা ও পয়সনের অনুপাতের রাশিমালা

39. স্থিতিস্থাপক শক্তি ও এর রাশিমালা

40. অধ্যায়ভিত্তিক কমন উপযোগী অনুধাবন ক্যাটাগরি, সৃজনশীল ও গাণিতিক প্রশ্নের অনুশীলন

1. পদার্থের অবস্থা ও প্রকার ভেদ

অবস্থা ভেদে পদার্থ ৪ প্রকার। যথা-

① কঠিন।

② তরল।

③ গ্যাসীয়/বায়বীয়।

④ প্লাজমা।

২. চাপ সংক্রান্ত আলোচনা

সংজ্ঞা ঃ কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্ব ভাবে প্রযুক্ত বলকে চাপ বলে।

চাপকে P দ্বারা প্রকাশ করা হয়। MKS পদ্ধতিতে এর একক Pa বা প্যাসকেল বা Nm^{-2} বা $kgm^{-1}s^{-2}$।

চাপ একটি স্কেলার রাশি এর মাত্রা $[P] = ML^{-1}T^{-2}$

চাপের রাশিমালা ঃ-

কোন বস্তুর A ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল F,

কোন বস্তুর 1 ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল $\frac{F}{A}$.

সংজ্ঞানুসারে চাপ P হলে $P = \frac{F}{A}$.

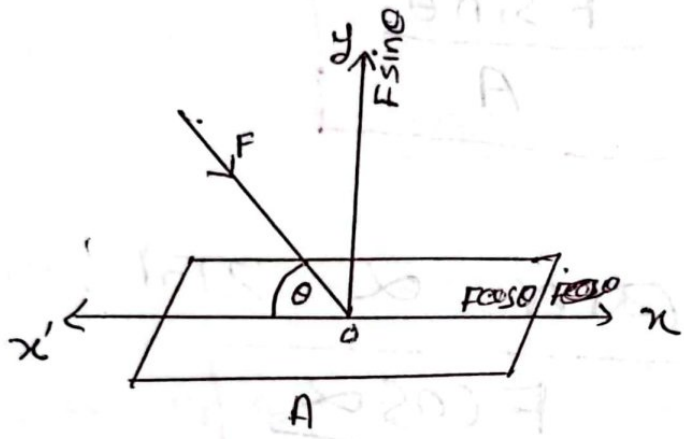
$$P = \frac{ma}{A}$$

$$P = \frac{mg}{A}$$

$$P = \frac{W}{A}$$

$$P = \frac{m}{st^2}$$

তলের সাথে লম্বভাবে প্রযুক্ত বল দ্বারাই চাপ পরিমাপ করা হয় এবং কোন বল যদি তলের সাথে থিটা(θ)কোণে তীর্যক ভাবে প্রযুক্ত হয় তবে বলের উলম্ব উপাংশ দ্বারা চাপ পরিমাপ করা হয়।

তীর্যক ভাবে প্রযুক্ত বলের ক্ষেত্রে চাপ; θ

$$P = \frac{F\sin\theta}{A}$$

$$P = \frac{F\sin\theta}{A}$$

$$P = \frac{F\cos(90-\theta)}{A}$$

$$\therefore P = \frac{F\cos\alpha}{A}$$

~~P = F~~

$$P = \frac{F\cos\alpha}{A}$$

বা, $P = \frac{F\sin(90-\alpha)}{A}$

বা, $P = \frac{F\sin\theta}{A}$

চাপের সূত্রের সারাংশ

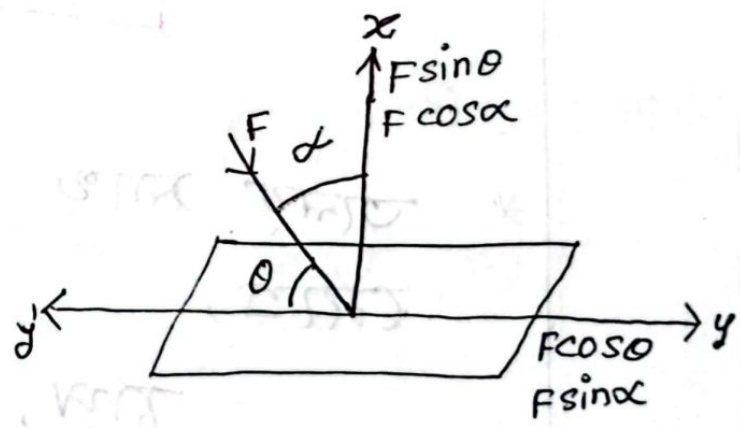
* উলম্ব কোণ θ হলে,

চাপ, $$P = \frac{F \sin\theta}{A}$$

* আনুভূমিক কোণ α হলে,

চাপ, $$P = \frac{F \cos\alpha}{A}$$

* তলের সাথে লম্বভাবে প্রযুক্ত বলের ক্ষেত্রে,

চাপ, $$P = \frac{F}{A}$$

প্রশ্ন: প্যাসকেল কাকে বলে?

উত্তর: আমরা জানি,

$$1\ Pa = \frac{1\ N}{1\ m^2}$$

সুতরাং কোনো তলের $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর $1N$ বল লম্বভাবে প্রযুক্ত হলে যে পরিমাণ চাপের সৃষ্টি হয় তাকে 1 Pa বা প্যাসকেল বলে।

প্রশ্ন: 80 Pa চাপ বলতে কি বুঝ?

উত্তর: কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে চাপ বলে।
চাপ P হলে,

$$P = \frac{F}{A} = \frac{80\ N}{1\ m^2} = 80\ Pa$$

অর্থাৎ 80 Pa চাপ বলতে বোঝায় $1\ m^2$ ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলের মান 80 N.

Q: ইটের টুকরোর উপর দিয়ে, চলা কষ্ট সাধ্য কেন?

→ কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্ব ভাবে প্রযুক্ত বলকে চাপ বলে।

চাপ,
$$p = \frac{F}{A}$$
$$p = mg \times \frac{1}{A}$$
$$p = \text{ধ্রুবক} \times \frac{1}{A}$$
$$p \propto \frac{1}{A}$$

এখানে চাপ ক্ষেত্রফলের ব্যস্তানুপাতিক, তাই ইটের ক্ষেত্রফল কম হওয়ায় চাপ বেশী হয়। এজন্য ইটের টুকরোর উপর দিয়ে চলা কষ্ট সাধ্য হয়।

※ জুতা পায়ে একজন মহিলার ভর 60 kg। জুতার তলের ক্ষেত্রফল 0.5 m^2 হলে উক্ত মহিলা কর্তৃক ভূ-পৃষ্ঠে প্রযুক্ত চাপের পরিমাণ বের কর?

→ আমরা জানি,

চাপ, $P = \frac{F}{A}$

$= \frac{mg}{A}$

$= \frac{60 \times 9.8}{0.5}$

$= 1176$ Pa

এখানে,

$m = 60$ kg

$g = 9.8$ ms^{-2}

$A = 0.5$ m^2

$P = ?$

৬. নুর-আমিনের ওজন ৫৫ কেজি। তার পায়ের তলা এবং পিঠের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে $0.4\ m^2$ এবং $0.9\ m^2$ হলে শুয়া ও দাঁড়ানো অবস্থায় প্রযুক্ত চাপের অনুপাত নির্ণয় কর।

* শুয়া অবস্থায় চাপ P_1 হলে

we know that,

$$P_1 = \frac{mg}{A}$$

$$= \frac{55 \times 9.8}{0.9} = 598.89 \text{ pa}$$

দাঁড়ানো অবস্থায় P_2 হলে

$$P_2 = \frac{mg}{A}$$

$$= \frac{55 \times 9.8}{0.4}$$

$$= 1347.5 \text{ Pa}$$

শুয়া ও দাঁড়ানো অবস্থায় চাপের অনুপাত $P_1 : P_2$

$$= 598.89 : 1347.5$$

$$= \frac{598.89}{598.89} : \frac{1347.5}{598.89}$$

$$= 1 : 2.25$$

চাপ কে P দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ক্ষমতা কে P দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ভরবেগ কে P দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

চাপ, $P = \frac{F}{A}$

ক্ষমতা, $P = \frac{mgh}{t}$

ভরবেগ, $P = mv$

CamScanner

* ভরবেগ, ক্ষমতা, চাপ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

→ আমরা জানি,

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{mv^2}{2}$$

$$= \frac{m.m.v.v}{2m}$$

$$= \frac{(mv)^2}{2m}$$

$$E_K = \frac{p^2}{2m} \quad \text{--- (i)} \qquad [p = mv] \leftarrow \text{ভরবেগ}$$

আবার,

$$E_K = W$$

$$= mgh$$

$$= \frac{mgh}{t} \times t \qquad \left[P = \frac{mgh}{t}\right] \leftarrow \text{ক্ষমতা}$$

$$\therefore E_K = Pt \quad \text{--- (ii)}$$

আবার,

$$E_k = W$$

$$= mgh$$

$$= \frac{mgh \times A}{A}$$

$$= \frac{mgV}{A} \quad [\because \text{আয়তন}, V = A \times h]$$

$$= \frac{mg}{A} V \quad [mg = F]$$

$$= \frac{F}{A} V \quad [\text{চাপ}, P = \frac{F}{A}]$$

$$\therefore E_k = PV \quad \text{(iii)}$$

(i), (ii) ও (iii) হতে পাই,

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = Pt = PV$$

শক্তি = (ভরবেগ)² / (2 × ভর) = ক্ষমতা × সময় = চাপ × আয়তন

ঘনত্ব (Density) কোনো বস্তুর একক আয়তনের ভরকে ঐ বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব বলে।

একে ρ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

M.K.S পদ্ধতিতে ঘনত্বের একক $kg\,m^{-3}$

কোনো বস্তুর ভর যদি m কেজি এবং আয়তন V হয়। তাহলে উহার

ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V}$

ঘনত্বের মাত্রা $[\rho] = \frac{M}{L^3}$

$\therefore [\rho] = [ML^{-3}]$

*পানির ঘনত্ব 1000 $kg\,m^{-3}$ বলতে কি বুঝ?

→ একক আয়তনের কোনো বস্তুর ভরকে ঐ বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব বলে।

পানির ঘনত্ব 1000 $kg\,m^{-3}$ বলতে বোঝায় 1 m^3 আয়তন বিশিষ্ট পানির ভর 1000 kg.

তথ্যাবলী

$1cc = 1cm^3 = 10^{-6}\ m^3$

1 লিটার পানির আয়তন = 1000 cc

1 লিটার = $10^{-3}\ m^3$

1 চা চামচ পদার্থের আয়তন = 1 cc

$1\ cm^3$ পানির ভর = 1 gm

$1\ m^3$ পানির ভর = 1 Kg

$1\ atm = 10^5\ Pa$ (প্রায়)

পানির 10 m গভীরতায় চাপ = 1 atm.

* পানির ঘনত্ব C.G.S পদ্ধতিতে 1 gm/cc একে M.K.S পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।

→ $1\ gm/cc$

$$= \frac{1\ gm}{1\ cm^3}$$

$$= \frac{0.001\ kg}{(0.01)^3\ m^3}$$

$$= \frac{0.001\ kg}{1\times10^{-6}\ m^3}$$

$$= 1000\ kg\ m^{-3}$$

※ $10\ m h^{-1}$ কে $m s^{-1}$ এককে প্রকাশ করো ?

→ $10\ m h^{-1}$

$= \frac{10\ m}{1\ h}$

$= \frac{10\ m}{(60 \times 60)\ s}$

$= \frac{10\ m}{3600\ s}$

$= 2.78 \times 10^{-3}\ m s^{-1}$

※ $10\ km h^{-1}$ কে $m s^{-1}$ এককে প্রকাশ করো।

→ $10\ km h^{-1}$

$= \frac{10\ km}{1\ h}$

$= \frac{(10 \times 1000)\ m}{(60 \times 60)\ s}$

$= \frac{10000}{3600}$

$= 2.78\ m s^{-1}$

আপেক্ষিক ~~মূ~~ গুরুত্ব ঃ

কোনো বস্তুর সম আয়তন পানির তুলনায় যত গুণ ভারী তাকে ঐ বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব বলে। এক্ষেত্রে 4°C তাপমাত্রা পানিকে আদর্শ বা সাপেক্ষ ধরা হয়।

অথবা, বলা যায়,

কোনো বস্তু সম আয়তনের 4°C তাপমাত্রা বিশিষ্ট পানির তুলনায় যত গুন ভারী তাকে ঐ বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব ~~বলে~~ বলে।

ইহাকে S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ধরি,

কোনো বস্তুর ওজন W এবং তার সম আয়তন পানির ওজন W_w হলে,

আপেক্ষিক গুরুত্ব

$$S = \frac{W}{W_w}$$

$$\Rightarrow s = \frac{mg}{m_w g}$$

$$\Rightarrow s = \frac{m}{m_w}$$

এখানে,
m = বস্তুর ভর
m_w = বস্তুর সম আয়তনের পানির ভর।
g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$\Rightarrow s = \frac{\rho V}{\rho_w V}$$ [∵ সমআয়তন]

$$\Rightarrow s = \frac{\rho}{\rho_w}$$

এখানে,
ρ = বস্তুর ঘনত্ব
ρ_w = পানির ঘনত্ব

ভরকেন্দ্র: একটি বস্তু যেভাবেই অবস্থান করুক না কেনো উহার সমস্ত ভর বস্তুটির যে বিন্দু দিয়ে ক্রিয়া করে তাকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে। অর্থাৎ ভরকেন্দ্র হচ্ছে বস্তুর এমন একটি কেন্দ্রবিন্দু যার সাপেক্ষে বস্তুর সব ভর ভ্রামক শুন্য হবে। তথা বস্তুটিকে কতগুলো কণার সমষ্টি কল্পনা করে এর এমন একটি বিন্দু থাকবে যার উভয়পাশের বস্তুকণার ভর ও বিন্দুটি সাপেক্ষে এর দুরত্বের গুণফলের সমষ্টি পরষ্পর সমান হয়, তবে সেই বিন্দুটিকে বস্তুটির ভরকেন্দ্র বলে। ভরকেন্দ্র কে ভারকেন্দ্র বা অভিকর্ষজ কেন্দ্র বা ভারবেগ নামেও অভিহিত করা হয়।

বিভিন্ন বস্তু ভারকেন্দ্র অবস্থানঃ

বিভিন্ন আকারের বস্তু	ভার কেন্দ্র অবস্থান
১/ সুষম দণ্ড	১/ দণ্ডের মধ্য বিন্দু
২/ সুষম বেলন আকৃতির দণ্ড	২/ অক্ষের মধ্য বিন্দু
৩/ সুষম ত্রিভুজ আকার পাত	৩/ মধ্যমা গুলোর ছেদ বিন্দু
৪/ সুষম সামান্তরিক পাত	৪/ কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দু
৫/ সুষম বৃত্ত বা আংটি	৫/ জ্যামিতিক কেন্দ্র
৬/ নমনীয় কঠিন পদার্থ	৬/ কোনো ভারকেন্দ্র নেই
৭/ তরল পদার্থ	৭/ তার চার্জের উপর নির্ভর করে না

কতিপয় পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব ও ঘনত্ব

substances	specific gravity	density (kgm^{-3})
aluminium	2.7	2700
copper	8.92	8920
glass	2.4 – 2.8	2400 – 2800
gold	19.3	19300
silver	10.5	10500
lead	11.3	11300
iron	7.86	7860
ice	0.917	917
platinum	21.4	21400

গাণিতিক সমস্যাঃ

50 gm বরফের আয়তন কত? বরফ সমআয়তন পানির তুলনায় কতগুণ ভারি।

সমাধানঃ

বরফের ভর, $m = 50 \text{ gm}$

$= 0.05 \text{ kg}$

বরফের ঘনত্ব, $\rho = 917 \text{ kgm}^{-3}$

বরফের আয়তন, $V = ?$

আমরাজানি,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

বা, $V = \dfrac{m}{\rho}$

বা, $V = \dfrac{0.05}{917}$

$\therefore V = 54.53 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

$= 54.53 \text{ cm}^3 \quad (Ans: 1)$

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

এখন,

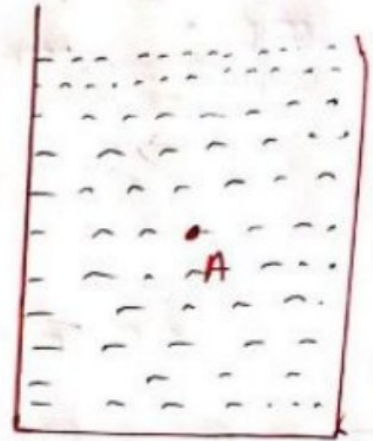
$$S = \frac{\rho}{\rho_w}$$

বা, $S = \dfrac{917}{1000}$

বা, $S = 0.917 \approx \dfrac{11}{12}$

অর্থাৎ বরফ সমআয়তন পানির তুলনায় 0.917 বা $\dfrac{11}{12}$ গুণ ভারী। এজন্য বরফ পানিতে ছেড়ে দিলে $\dfrac{11}{12}$ অংশ নিমজ্জিত অবস্থায় থাকে এবং $\left(1 - \dfrac{11}{12}\right) = \dfrac{1}{12}$ অংশ পানির উপরে থাকে। বরফের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0.917.

অনুরুপভাবে সমাধান করঃ

40 gm লোহার আয়তন কত? লোহা সমআয়তন পানির তুলনায় কতগুণ ভারি। লোহার ঘনত্ব 7800 kgm^{-3}.

তরলের ভিতরের চাপের রাশিমালা :

মনে করি, তরলের ভর m, আয়তন V, ক্ষেত্রফল A এবং ঘনত্ব ρ.

h গভীরতায় যে কোনো বিন্দুতে চাপের রাশিমালা নির্ণয় করি।

A

আমরা জানি,

$$\text{চাপ} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

$$\therefore P = \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow P = \frac{mg}{A} \quad \text{——} \quad (i) \qquad [\because F = mg]$$

আবার,

ঘনত্ব = $\frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}}$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow m = \rho V \qquad [\because V = A \times h]$$

$$\Rightarrow m = \rho A h$$

$$\Rightarrow m = h \rho A \text{ ——— (ii)}$$

(i) নং সমীকরণে m এর মান বসিয়ে পাই,

$$P = \frac{h \rho A g}{A}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = h \rho g} \text{ ——— (i)}$$

ইহাই তরলের অভ্যন্তরের চাপের রাশিমালা

মন্তব্যঃ (i) সমীকরণটিতে ক্ষেত্রফল (A) অনুপস্থিত থাকায় তরলের অভ্যন্তরে চাপ তলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।

(i) নং সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, $P \propto h$ যখন g, p ধ্রুবক অর্থাৎ নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট তরলের চাপ তার উচ্চতার সমানুপাতিক।

$P \propto p$ যখন g, h ধ্রুবক অর্থাৎ নির্দিষ্ট স্থানে একই গভীরতার তরলের চাপ তার ঘনত্বের সমানুপাতিক। যেমনঃ পানি ও মধু।

$P \propto g$ যখন h, p ধ্রুবক। অর্থাৎ নির্দিষ্ট গভীরতার নির্দিষ্ট তরলের চাপ বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হয়। যেমনঃ পৃথিবী পৃষ্ঠ ও এভারেস্টের চূড়ায় বা পৃথিবীর অভ্যন্তরে (খনিতে) চাপ বিভিন্ন হয়।

নির্দিষ্ট ঘনত্বের তরলের ক্ষেত্রে বায়ুমন্ডলীয় চাপ সহ মোট চাপের রাশিমালা

কোনো তরলের ক্ষেত্রে—
মোট চাপ = ভূপৃষ্ঠের বায়ুমণ্ডলীয় চাপ + উক্ত তরলের অভ্যন্তরে নির্দিষ্ট গভীরতায় চাপ

অর্থাৎ, ভূপৃষ্ঠের বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_0 এবং নির্দিষ্ট ঘনত্বের তরলের h গভীরতায় মোট চাপ P হলে,

$$P = P_0 + h\rho g$$

গাণিতিক সমস্যাঃ

ব্যারোমিটারে 76cm পারদস্তম্ভ পাত্রের তলায় কত চাপ প্রয়োগ করবে?

সমাধানঃ

পারদের উচ্চতা, h = 76 cm = 0.76 m

পারদের ঘনত্ব, $p = 13600\ kgm^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

চাপ, P = ?

আমরা জানি,

$P = hpg$

$= 0.76 \times 13600 \times 9.8$

$= 1.013 \times 10^5\ Pa$

$\approx 10^5\ Pa$

$= 1\ atm$

Q পানির 5 m গভীরে চাপের পরিমাণ নির্ণয় কর।

→ আমরা জানি,

$P = h\rho g$

$= 5 \times 1000 \times 9.8$

$= 49000$ Pa

(Ans)

এখানে,

$h = 5$ m

$\rho = 1000$ kgm^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

$P = ?$

গাণিতিক সমস্যাঃ

76 cm পারদস্তম্ভ যেখানে 101325 Pa চাপ দেয় সেখানে 76 cm পানি কত চাপ দেবে?

সমাধানঃ

পারদ স্তম্ভের চাপ, $P_1 = 101325 \text{ Pa}$

পানির চাপ, $P_2 = ?$

পারদের ঘনত্ব, $\rho_1 = 13600 \text{ kgm}^{-3}$

পানির ঘনত্ব, $\rho_2 = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

উভয় ক্ষেত্রে g এবং h ধ্রুবক।

পারদের ক্ষেত্রে, $P_1 = h\rho_1 g \cdots\cdots (i)$

পানির ক্ষেত্রে, $P_2 = h\rho_2 g \cdots\cdots (ii)$

$(ii) \div (i)$ করে পাই,

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

বা, $P_2 = \dfrac{\rho_2 P_1}{\rho_1}$

$$= \frac{1000 \times 101325}{13600}$$

$$= 7450.36764705882$$

$$= 7450.37 \text{ Pa}$$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

70 cm পারদস্তম্ভ যেখানে 101325 Pa চাপ দেয় সেখানে 74 cm কেরোসিন কত চাপ দেবে?

গাণিতিক সমস্যাঃ

1 kg পানিতে0.25 kg লবণ গুলে নিলে এর আয়তন

1200 cm^3 হয়। এর 15 cm গভীরতায় চাপ কত?

সমাধানঃ

লবণ পানির ভর, $m = (1 + 0.25)\ \text{kg}$

$= 1.25\ \text{kg}$

আয়তন, $V = 1200\ \text{cm}^3$

$= 1.2 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$

ঘনত্ব, $\rho = \dfrac{m}{V}$

$= \dfrac{1.25}{1.2 \times 10^{-3}}$

$= 1041.67\ \text{kgm}^{-3}$

গভীরতা, $h = 15\ \text{cm}$

$= 0.15\ \text{m}$

চাপ, $P = h\rho g$

$= 0.15 \times 1041.67 \times 9.8$

$= 1531.2549\ \text{Pa}$

অনুপভাবে সমাধান করঃ

1.5 kg পানিতে400 gm চিনি গুলে নিলে এর আয়তন
1300 cm^3 হয়। এর 18 cm গভীরতায় চাপ কত?

Q. 1 kg পানিতে 0.25 kg লবণ গুলে দেওয়ার পর তার আয়তন হলো 1200 cc. এই পানির ঘনত্ব ঘনত্ব কত?

→

এখানে,

লবণ ~~আকৃতি~~ মিশ্রিত পানির ক্ষেত্রে,

$m = 1 + 0.25$ kg

$= 1.25$ kg

$V = 1200$ cc

$= 1200$ cm^3

$= 1200 \times (0.01)^3$

$= 1200 \times 10^{-6}$ m^3

[∵ 1 cc $= 10^{-6}$ m^3]

[cc আর cm^3]

$\rho = ?$

আমরা জানি,

ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V}$

$= \frac{1.25}{1200 \times 10^{-6}}$

$= 1041.67$ kg m^{-3}

(Ans)

CS CamScanner
CS CamScanner
CS CamScanner

Q. জর্ডানের ডেডসি (মৃত সাগর) এর ঘনত্ব 1.24 kg/litter. এই সমুদ্রের 1 kg পানির আয়তন কত?

→

দেওয়া আছে,

পানির ঘনত্ব 1.24 kg/litter.

$$\rho = \frac{1.24 \text{ kg}}{1 \text{ litter}}$$

$$= \frac{1.24 \text{ kg}}{1000 \text{ cc}}$$

$$= \frac{1.24 \text{ kg}}{1\times10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$= 1.24 \times 10^{3} \text{ kg m}^{-3}$$

এখানে,

1 Liter = 1000cc

$1 \text{ cc} = 10^{-6} \text{ m}^3$

$\therefore 1000 \text{ cc} = 1000\times10^{-6}$

$= 1\times10^{-3} \text{ m}^3$

→ P.T.O

আমরা,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$= \frac{1}{1.24 \times 10^{3}}$$

$$= 0.81 \times 10^{-3} m^3$$

$$= 0.81 \text{ Litter}$$

[∵ 1 লিটার = $10^{-3} m^3$]

এখানে,

$m = 1 kg$

$\rho = 1.24 \times 10^{3} kg m^{-3}$

$V = ?$

Q. নিউক্লিয়াসের ঘনত্ব কত? এবং 1 ঘন মিটার নিউক্লিয়াসের ভর কত?

→ আমরা জানি,
নিউক্লিয়াসের ভর = নির্দিষ্ট নিউক্লিয়াসে অবস্থিত মোট প্রোটন এবং নিউট্রন সংখ্যার যোগফল।

1 টি নিউট্রন / প্রোটনের ভর = 1.67×10^{-27} kg

আবার,
নিউক্লিয়াসের আয়তন V হলে, (গোলাকার আকৃতি)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (1.25 \times 10^{-15})^3$$

$$= 8.18125 \times 10^{-45} \text{ m}^3$$

এখানে,
$\pi = 3.1416$
$r = 1.25$ fm
$= 1.25 \times 10^{-15}$ m
$V = ?$

ঘ) এখন, নিউক্লিয়াসের ঘনত্ব ρ হলে,
আমরা পাই,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$= \frac{1.67 \times 10^{-27}}{8.18125 \times 10^{-45}}$$

$$= 0.204 \times 10^{18} \ kg\,m^{-3}$$

এখানে,

$m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

$V = 8.18125 \times 10^{-45}$ m^3

$\rho = ?$

(Ans)

আবার,

আমরা জানি, আয়তনের

1 চা চামচে 1 cc নিউক্লিয়াস

হয়।

এখন,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow m = \rho V$$

$$= 0.204 \times 10^{18} \times 10^{-6}$$

$$= 2.04 \times 10^{11} \text{ kg}$$

(Ans)

এখানে,

$\rho = 0.204 \times 10^{18}$ kg m^{-3}

$V = 1$ cc

$= 1$ cm^3

$= 10^{-6}$ m^3

$m = ?$

Q। কেরোসিন (ঘনত্ব 800 kg m^{-3}), পানি (ঘনত্ব 1000 kg m^{-3}) এবং পারদ (ঘনত্ব 13600 kg m^{-3}) এই তিনটি তরলের জন্য 50 cm নিচে চাপ বের কর।

→ কেরোসিনের ক্ষেত্রে,

$P = h\rho g$

$= 0.5 \times 800 \times 9.8$

$= 3920$ Pa

এখানে,

$h = 50$ cm

$= 0.5$ m

$\rho = 800$ kg m^{-3}

$g = 9.8$

পানির ক্ষেত্রে,

$P = h\rho g$

$= 0.5 \times 1000 \times 9.8$

$= 4900$ Pa

পারদের ক্ষেত্রে,

$P = h\rho g$

$= 0.5 \times 13600 \times 9.8$

$= 666400$ Pa

Q) কেরোসিন, পানি এবং পারদ এই তিনটি তরলের কত গভীরতায় 1 atm এর সমান চাপ হবে।

→

পারদের ক্ষেত্রে, চাপ P_1 হলে,

$$P_1 = h_1 \rho_1 g \quad \text{——— (i)}$$

পানির ক্ষেত্রে চাপ P_2 হলে,

$$P_2 = h_2 \rho_2 g \quad \text{——— (ii)}$$

কেরোসিনের ক্ষেত্রে, চাপ P_3 হলে

$$P_3 = h_3 \rho_3 g \quad \text{——— (iii)}$$

(i) ÷ (ii) ⟶

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{h_1 \rho_1 g}{h_2 \rho_2 g}$$

যেহেতু, $P_1 = P_2 = P$

$$\Rightarrow \frac{P}{P} = \frac{h_1 \rho_1 g}{h_2 \rho_2 g}$$

$$\Rightarrow h_2 \rho_2 = h_1 \rho_1$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1 \times h_1}{\rho_2}$$

$$= \frac{13600 \times 0.76}{13600}$$

$$= \frac{13600 \times 0.76}{1000}$$

$$= 10.34 \text{ m}$$

(Ans)

দেওয়া,

$\rho_1 = 13600\ kgm^{-3}$

$\rho_2 = 1000\ kgm^{-3}$

$h_1 = 76$ cm

$= 0.76$ m

$h_2 = ?$

① ÷ (iii) ⟶

$$\frac{P_1}{P_3} = \frac{h_1 \rho_1 g}{h_3 \rho_3 g}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{P} = \frac{h_1 \rho_1 g}{h_3 \rho_3 g} \quad [\because P_1 = P_3 = P]$$

$$\Rightarrow h_3 \rho_3 = h_1 \rho_1$$

CS CamScanner
CS CamScanner
CS CamScanner

দেওয়াতে,

$\rho_1 = 136000 \ kg m^{-3}$

$h_1 = 0.76 \ m$

$\rho_3 = 800 \ kg m^{-3}$

$h_3 = ?$

$$\Rightarrow \frac{h_3}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_3}$$

$$\Rightarrow h_3 = \frac{\rho_1 \times h_1}{\rho_3}$$

$$= \frac{136000 \times 0.76}{800}$$

$$= 12.92 \ m$$

(Ans)

পানির ক্ষেত্রে পানির চাপের সাথে গভীরতার সম্পর্ক

সমুদ্র সমতল থেকে পানির নিচে নামতে থাকলে চাপ সুষম ভাবে বৃদ্ধি পায়। কারণ এক্ষেত্রে চাপ কেবল গভীরতার সমানুপাতিক হয় এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ ও পানির ঘনত্বের তেমন পরিবর্তন হয় না বলে এদের ধ্রুবক ধরা যায়। অর্থাৎ,

$P = h\rho g$

$\Rightarrow P = \text{ধ্রুবক} \times h \quad | \ \rho g = \text{ধ্রুবক}$

$\therefore P \propto h$

সমুদ্রে প্রায় প্রতি 10 m গভীরতায় পানির ভূ-পৃষ্ঠের বায়ুমন্ডলীয় চাপের তথা 1 atm সমান পরিমাণ বৃদ্ধি পায়।

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_0 হলে সমুদ্র সমতল থেকে,

10m গভীরতায় কেবল পানির চাপ P_0

1 m " " " " $\frac{P_0}{10}$

h m " " " " $\frac{hP_0}{10}$

অর্থাৎ, পানির h এর মিটার একক গভীরতায় শুধু পানির চাপ P বা P_h বা $P(h)$ হলে,

$$P_h = \frac{hP_0}{10m}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 0.1hP_0}$$

উপরোক্ত সমীকরণটিতে h এবং 10 দুটি মিটার এককের অনুপাত হওয়ায় P এর একক P_0 এর এককের উপর নির্ভরশীল।

কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠের বায়ুমণ্ডলীয় চাপ সহ সমুদ্রের h মিটার গভীরতার মোট চাপ P হলে

$$P = P_0 + 0.1\, h\, P_0$$

উপরোক্ত সমীকরণেও P এর একক P_0 এর এককের উপর নির্ভরশীল।

পানির ক্ষেত্রে শুধু পানির চাপের সাথে গভীরতার লেখচিত্র

পানির ক্ষেত্রে শুধু পানির চাপের সাথে গভীরতার সম্পর্ক হতে পাই,

$$P = 0.1\, h\, P_0$$

উপরের সূত্রটি যে সংস্থান প্রকাশ করে তার লেখচিত্র অংকনের জন্য h এর মিটারে একক কয়েকটি মানের জন্য $P = 0.1\, h\, P_0$ এর

ছক তৈরী করি। যেখানে $P_0 = 1$ atm.

$\therefore \quad P = 0.1 h P_0$

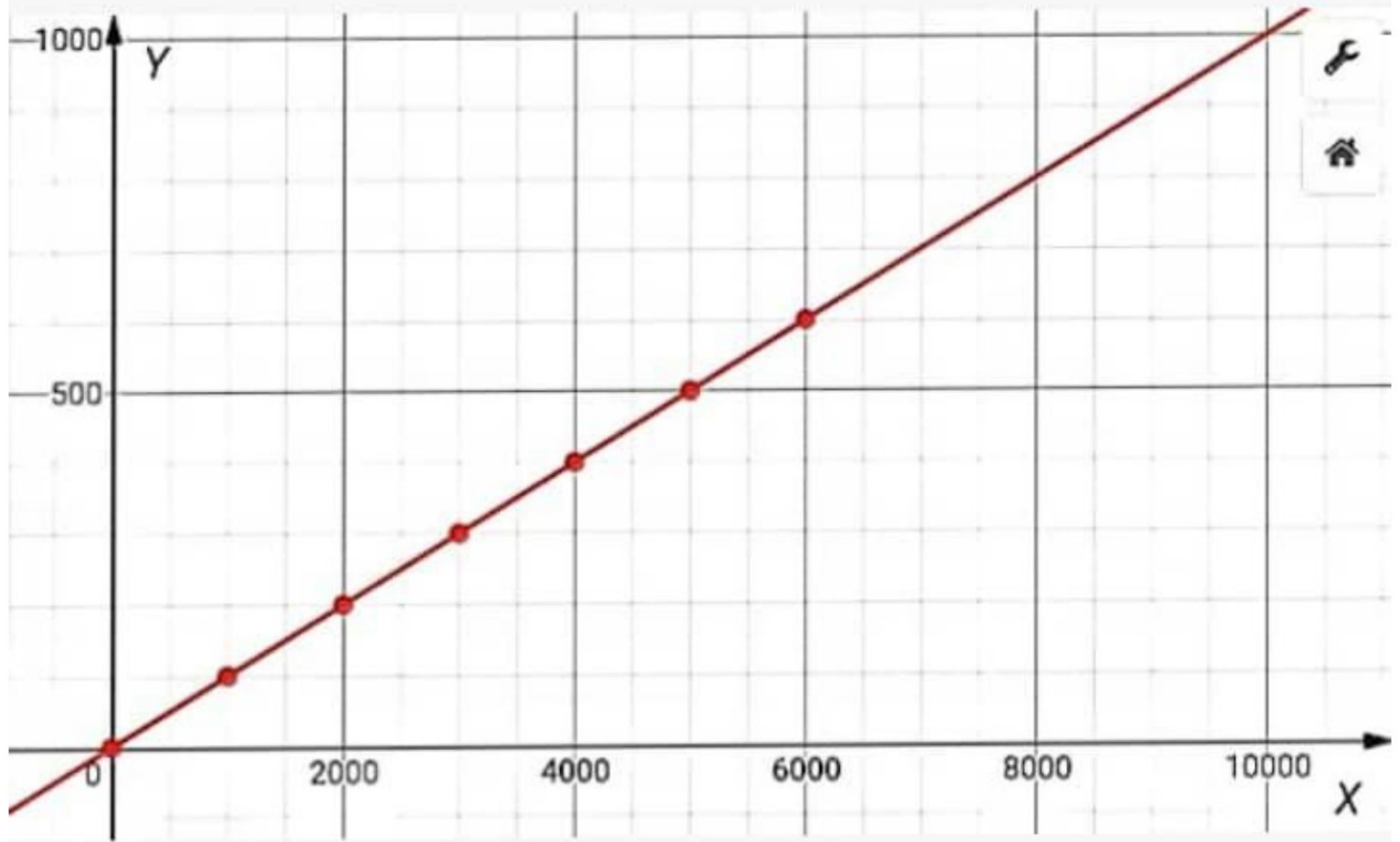
$= 0.1 h \times 1 \text{ atm}$

$\Rightarrow P = 0.1 h \text{ atm}$

সুতরাং উপরোক্ত সংখ্যার P ও h এর একক যথাক্রমে atm ও m.

h (m)	$P = 0.1h$ (atm)
0	0
1000	100
2000	200
3000	300
4000	400
5000	500
6000	600

ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর উচ্চতা h এর মান মিটার এককে এবং y অক্ষ বরাবর চাপ P এর মান atm এককে বসিয়ে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (0,0), (1000,100), (2000,200), (3000,300), (4000,400), (5000,500) ও (6000,600) আসবে।

যেখানে X ও Y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 500 ও 100 এককের সমান।

ছক কাগজে পানির ক্ষেত্রে শুধু পানির চাপের যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তা একটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা। সুতরাং বলা যায় সমুদ্র সমতল থেকে পানির গভীরতা বৃদ্ধির সাথে সাথে চাপ সুষমভাবে বৃদ্ধি পায়।

প্রশ্নঃ জলাশয়ের গভীর থেকে উপরে উঠে আসা বায়ু বুদবুদের আকার বড় হয় কেনো? ব্যাখ্যা করো।

উত্তরঃ তরলের ভিতর কোনো বিন্দুতে চাপ নির্ভর করে তার গভীরতার উপর। তাই জলাশয়ের গভীরে পানির চাপ বেশী থাকে, এছাড়াও এতে বায়ুচাপও প্রযুক্ত হয়। ফলে জলাশয়ের গভীরে বায়ু বুদবুদের আকার ছোট হয়। প্লবতার কারণে বায়ু বুদবুদ যখন উপরে উঠতে থাকে তখন গভীরতা এবং একই সাথে তার উপর প্রযুক্ত চাপও কমতে থাকে। তাই বুদবুদের আয়তন বাড়তে থাকে। ফলে জলাশয়ের গভীর থেকে উপরে উঠে আসা বায়ু বুদবুদের আকার অনেক বড় হয়।

প্রশ্ন: তিমি মাছ সমুদ্র পৃষ্ঠ হতে 2100 m গভীরতায় যেতে পারে। সেটি কত চাপ সহ্য করে।

→ আমরা জানি,

$P = h\rho g$

$= 2100 \times 1000 \times 9.8$

$= 20.6 \times 10^6$ Pa

$= 210$ atm (প্রায়)

এখানে,

$h = 2100$ m

$\rho = 1000$ kg m^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

$P = ?$

বিকল্প: সমুদ্র পৃষ্ঠে বায়ুমন্ডলীয় চাপ P_0 এবং পানির h মিটার গভীরতায় শুধু পানির চাপ P হলে, আমরা জানি,

$P = 0.1 h P_0$

$= 0.1 \times 2100 \times 1$

$= 210$ atm.

(Ans)

এখানে,

$h = 2100$ m

$P_0 = 1$ atm

$P = ?$

Q. সাগরের নিচে প্রতি 33 ft (10 m) গভীরতায় 1 atm চাপ বেড়ে যায়। ডুবোজাহাজ সর্বোচ্চ 1000 ft (330 m) গভীর পর্যন্ত গিয়েছে, সেখানে তাদের কতটুকু চাপ সহ্য করতে হয়েছে।

→

আমরা জানি,

$P = h\rho g$

$= 330 \times 1000 \times 9.8$

$= 3.234 \times 10^{6}$ Pa

এখানে,

$h = 1000$ ft

$= 330$ m

$\rho = 1000$ kg m^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

$P = ?$

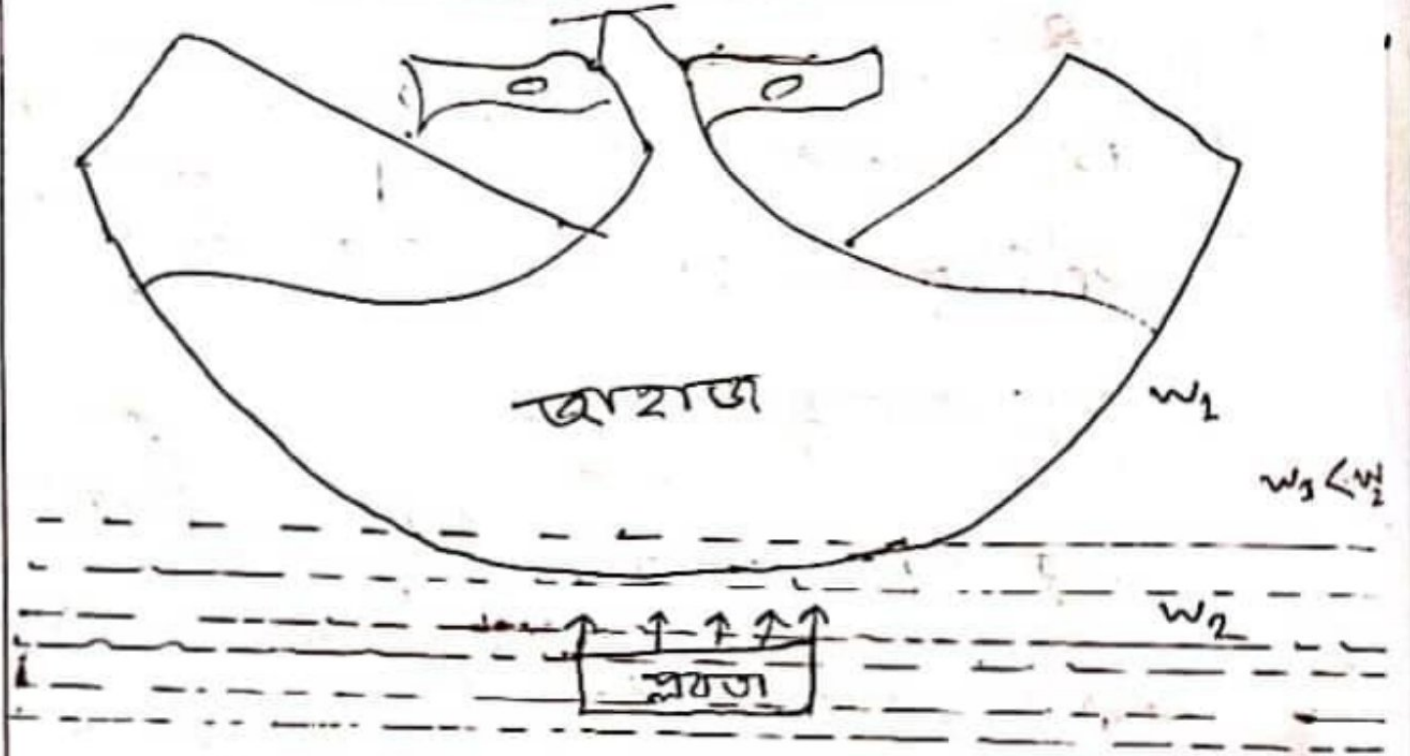
বিকল্প পদ্ধতি :

10 m গভীরতায় চাপ 1 atm

1 m " " $\frac{1}{10}$ atm

330 m " " $\frac{330}{10}$ atm

$= 33$ atm

প্রবাহীর প্লবতা বা ঊর্ধ্বমুখী বল:

প্লবতা: কোন বস্তুকে স্থির তরল বা বায়বীয় পদার্থে আংশিক বা সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করলে বস্তুটি চাপের জন্য উপরের দিকে যে পরিমাণ লব্ধি বল অনুভব করে তাকে প্লবতা বলে। ইহাকে F বা F_b দ্বারা প্রকাশ করা হয়। প্লবতা এক ধরনের বল। তাই প্লবতার একক ও মাত্রা বলের একক ও মাত্রার অনুরূপ। প্লবতার কারণে বস্তু ওজন হারায়। একই তরল বা বায়বীয় পদার্থের সর্বত্র প্লবতার মান একই থাকে।

প্লবতার রাশিমালা নির্ণয়:

মনে করি, PQRS একটি বস্তুকে তরলে নিমজ্জিত করা হলো। বস্তুটির PQ তলে তরল কর্তৃক নিম্নমুখী এবং RS তলে ঊর্ধ্বমুখী বল ক্রিয়া করে।

বি:দ্র: RS তল বরাবর নিম্নের পানির গভীরতা কার্যকর নয়।

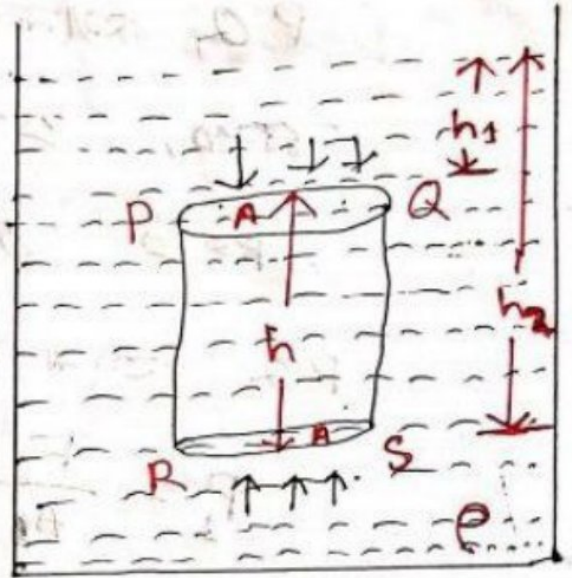
তরলের উপরিপৃষ্ঠ থেকে PQ তলের গভীরতা h_1 এবং RS তলের গভীরতা h_2.

∴ বস্তুটির উচ্চতা $h = h_2 - h_1$

এখন,

PQ তলের ক্ষেত্রফল A

∴ এবং তরল কর্তৃক নিম্নমুখী বল F_1 হলে,

PQ তলে প্রযুক্ত চাপ,

$$P_1 = \frac{F_1}{A}$$

$$\Rightarrow F_1 = P_1 A$$

$$\Rightarrow F_1 = h_1 \rho g A$$

[∵ তরলের ভেতরে কোনো বিন্দুতে চাপ, $P = h\rho g$]

CamScanner

আবার,

RS তলের ক্ষেত্রফল A এবং তরল কর্তৃক ঊর্ধ্বমুখী বল F_2 হলে,

RS তলে অনুভূত চাপ,

$$p_2 = \frac{F_2}{A}$$

$$\Rightarrow F_2 = P_2 A$$

$$\Rightarrow F_2 = h_2 \rho g A$$

[∵ তরলের ভেতরে যেকোনো বিন্দুতে চাপ, $p = h\rho g$]

এখানে $h_2 > h_1$ হওয়ায় $F_2 > F_1$ হবে।

প্লবতা F_b হলে,

$$F_b = F_2 - F_1$$

$$\Rightarrow F_b = h_2 \rho g A - h_1 \rho g A$$

$$\Rightarrow F_b = A \rho g (h_2 - h_1)$$

$$\Rightarrow F_b = A \rho g h \quad [\because h_2 - h_1 = h]$$

$$\therefore \boxed{F_b = V \rho g} \quad [\because V = Ah]$$

$$\Rightarrow F_b = mg \quad [\because m = \rho V]$$

$$\Rightarrow F_b = W \quad [\because W = mg]$$

$\therefore$ প্লবতা = বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরলের ওজন।

$$\therefore \boxed{F_b = W = V \rho g}$$

সুত্রটি তরল ও গ্যাসীয় মাধ্যমের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

অপসারিত তরলের ওজন বের করার পদ্ধতি :

আমরা জানি,

কোনো বস্তুকে তরলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করা হলে; বস্তুটির সম্পূর্ণ আয়তন পরিমাণ অংশ নিমজ্জিত হয় হবে ততটুকু আয়তনের তরল অপসারিত হবে।

∴ অপসারিত তরলের ওজন বেরকরতে হলে প্রথমে বস্তুটির নিমজ্জিত অংশের আয়তন বের করতে হবে। এবং সেটাই হবে বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত তরলের আয়তন।

প্রথমে,

তরলের ঘনত্ব জেনে $\rho = \frac{m}{V}$ এই সূত্র প্রয়োগ করে অপসারিত পানির ভর (m) এর মান বের জানা যাবে।

এরপর: উক্ত ভরকে $W = mg$ সূত্রানুসারে, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8\ ms^{-2}$ এর সাথে গুণ করলে, অপসারিত তরলের ওজন নির্ণয় করা যাবে।

গাণিতিক সমস্যাঃ

$h_2 = 20\text{cm}$

$h = 1\text{m}$

P

h_1

$h_3 = 30\text{cm}$

P সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ 5 cm হলে

দেখাও যে, অপসারিত তরলের ওজন উর্ধ্বমুখী লব্ধি বলের সমান।

<u>সমাধান :</u>

মনে করি P সিলিন্ডারের আয়তন V এবং ক্ষেত্রফল A.

দেয়া আছে, P সিলিন্ডারের উচ্চতা h_1. সুতরাং আমরা জানি,

$$\therefore \quad V = Ah_1 \quad \text{——— (i)}$$

এখন P সিলিন্ডারকে তরলে নিমজ্জিত করলে তার সমআয়তনের তরল অপসারিত করবে। অপসারিত তরলের ওজন W হলে,

$$W = mg$$

$$\Rightarrow W = V\rho g \quad \text{——— (ii)}$$

P সিলিন্ডারের উপরিতলে তরলের চাপ ও নিম্নমুখী বল যথাক্রমে P_1 ও F_1 হলে,

$$P_1 = \frac{F_1}{A}$$

$$\Rightarrow h_2 \rho g = \frac{F_1}{A}$$

$$\Rightarrow F_1 = A h_2 \rho g$$

এখন P সিলিন্ডারের নিম্নতলে তরল কর্তৃক চাপের ক্ষেত্রে কার্যকর গভীরতা h' হলে,

$$h' = h_1 + h_2$$

সুতরাং P সিলিন্ডারের নিম্নতলে তরলের চাপ ও ঊর্ধ্বমুখী বল যথাক্রমে P_2 ও F_2 হলে,

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow h' \rho g = \frac{F_2}{A}$$

$$\Rightarrow F_2 = A(h_1 + h_2)\rho g$$

এখানে $h' > h_2$ হওয়ায় $F_2 > F_1$ হবে।

$\therefore$ P সিলিন্ডারের উপর তরলের ঊর্ধ্বমুখী লব্ধি বল F হলে,

$$F = F_2 - F_1$$

$$= A(h_1+h_2)\rho g - Ah_2\rho g$$

$$= A\rho g(h_1 + h_2 - h_2)$$

$$= Ah_1\rho g$$

$= V\rho g$ [(i) নং হতে]

$= W$ [(ii) নং হতে]

$\therefore$ অপসারিত তরলের ওজন ঊর্ধ্বমুখী বলের সমান।

(Showed)

হারানো ওজনঃ দুটি ভিন্ন মাধ্যমে কোন বস্তুর ওজনের পার্থক্যকে তার হারানো ওজন বলে। হারানো ওজন আপেক্ষিক বিষয়।

যেমনঃ শূণ্য মাধ্যমে কোন বস্তুর ওজন
$= W_\circ = m_\circ g.$

বাতাসে ঐ বস্তুর ওজন $= W_1 = m_1 g$

এবং পানিতে ঐ বস্তুটির ওজন $= W_2 = m_2 g$

সুতরাং শূন্য মাধ্যম সাপেক্ষে বাতাসে বস্তুটির হারানো ওজন

$$W = W_\circ - W_1 = m_\circ g - m_1 g = (m_\circ - m_1)\, g$$

আবার শূন্য মাধ্যম সাপেক্ষে পানিতে বস্তুটির হারানো ওজন

$$W = W_\circ - W_2 = m_\circ g - m_2 g = (m_\circ - m_2)\, g$$

বায়ু মাধ্যম সাপেক্ষে পানিতে বস্তুটির হারানো ওজন

$$W = W_1 - W_2 = m_1 g - m_2 g = (m_1 - m_2)\, g$$

আর্কিমিডিসের সূত্রঃ

"কোন বস্তুকে স্থির তরল বা বায়বীয় পদার্থে আংশিক বা সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করলে বস্তুটি যে ওজন হারায় তা বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা বায়বীয় পদার্থের ওজনের সমান।"

অর্থাৎ প্লবতা= উর্ধ্বমুখী লব্ধি বল= বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা বায়বীয় পদার্থের ওজন = তরল বা বায়বীয় পদার্থে বস্তুটির হারানো ওজন।

অর্থাৎ বস্তুটিকে শূন্য মাধ্যম থেকে বাতাসে নিমজ্জিত করলে,

$W_\circ - W_1 = \rho_a V g$ ____________________(i)

বা, $(m_\circ - m_1)\, g = \rho_a V g$

বা, $m_\circ - m_1 = \rho_a V$ ____________________(ii)

এখানে , ρ_a হলো বাতাসের ঘনত্ব।

আবার,বস্তুটিকে বাতাস থেকে পানিতে নিমজ্জিত করলে,

বা, $W_1 - W_2 = \rho_w V g$ ____________________(iii)

বা, $(m_1 - m_2)\, g = \rho_w V g$

বা, $m_1 - m_2 = \rho_w V$ ____________________(iv)

এখানে, ρ_w হলো পানির ঘনত্ব।

অথবা,বস্তুটিকে শূন্য মাধ্যম থেকে পানিতে নিমজ্জিত করলে,

$W_\circ - W_2 = \rho_w V g$ ____________________(v)

বা, $(m_\circ - m_2)\, g = \rho_w V g$

বা, $m_\circ - m_2 = \rho_w V g$ ____________________(vi)

এখানে V = বস্তুর আয়তন = ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা বায়বীয় পদার্থের আয়তন । বস্তুটিকে যে মাধ্যমে নিমজ্জিত করা হয় সেই মাধ্যমের ঘনত্ব সমীকরণের ডানপাশে ব্যবহার করা হয়।

মন্তব্যঃ আর্কিমিডিসের সূত্র ভরের সাহায্যে বিবৃতি করা যায়।অর্থাৎ,

"কোন বস্তুকে স্থির তরল বা বায়বীয়(গ্যাসীয়) পদার্থে আংশিক বা সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করলে বস্তুটি যে ভর হারায় তা বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা বায়বীয় পদার্থের ভরের সমান।"

উদাহরণ হিসেবে উপরের (ii), (iv) ও (vi) নং সমীকরণ দ্রষ্টব্য।

বিঃদ্রঃ কোনো প্রশ্নপত্রে উল্লেখিত ঘটনা আর্কিমিডিসের সুত্রকে সমর্থন করে কিনা যাচাই করতে বলা হলে—
❝ বস্তুটির হারানো ওজন = ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরলের ওজন। কিংবা,
বস্তুটির হারানো ভর = ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরলের ভর। ❞ কিনা তা গাণিতিকভাবে প্রমান করে দেখাতে হবে।

প্রশ্ন: 400 cc আয়তন বিশিষ্ট একটি বস্তুকে পানিতে ডুবানো হলো। বাতাসে বস্তুটির ভর 2 kg এবং পানির প্লবতা 3.92 N।

(i) পানিতে বস্তুর ওজন নির্ণয় কর।

(ii) পানির সাপেক্ষে বস্তুটির আপেক্ষিক ভর নির্ণয় কর।

(iii) দেখাও যে বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত পানির ওজন বস্তুটির উপর পানির প্লবতার সমান।

উত্তর:

(i) বাতাসে ও পানিতে বস্তুটির ওজন যথাক্রমে W_a ও W_w এবং পানির প্লবতা F হলে, আর্কিমিডিসের সূত্রানুসারে পাই-

পানিতে বস্তুর হারানো ওজন = বস্তুর উপর পানির প্লবতা

$\Rightarrow W_a - W_w = F$

$\Rightarrow W_w = W_a - F$

$\Rightarrow W_w = m_a g - F$

$= (2 \times 9.8) - 3.92$

$= 15.68$ N

(Ans)

এখানে,

$m_a = 2$ kg

$g = 9.8$ ms^{-2}

$F = 3.92$ N

$W_w = ?$

(ii) বাতাসে বস্তুটির ভর m_a এবং পানির সাপেক্ষে বস্তুর আপেক্ষিক ভর ও বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত পানির ভর যথাক্রমে m_w ও m_l হলে, আর্কিমিডিসের সূত্রানুসারে পাই-

পানিতে বস্তুর হারানো ভর = ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত পানির ভর

$\Rightarrow m_a - m_w = m_l$

$\Rightarrow m_w = m_a - m_l$

$\Rightarrow m_w = m_a - \rho_l V$

$= 2 - (1000 \times 4 \times 10^{-4})$

$\therefore m_w = 1.6 \text{ kg}$

(Ans)

এখানে,

$\rho_l = 1000 \text{ kg m}^{-3}$

$V = 400 \text{ cc}$

$= 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$m_a = 2 \text{ kg}$

$m_w = ?$

(iii) দেয়া আছে,

পানির প্লবতা $F = 3.92\ N$

এখন বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত পানির ওজন W_w হলে আমরা জানি,

$$W_w = m_w g$$
$$= \rho_w V g$$
$$= 10^3 \times 4 \times 10^{-4} \times 9.8$$
$$= 3.92\ N$$
$$\therefore W_w = F$$

এখানে,

$\rho_w = 10^3\ kg m^{-3}$

$V = 4 \times 10^{-4}\ m^3$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$W_w = ?$

অর্থাৎ বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত পানির ওজন বস্তুটির উপর পানির প্লবতার সমান।

(Showed)

বস্তুর ভেসে থাকা বা ডুবে যাওয়া

কোন বস্তুর ওজন (W) এবং প্লবতা (F) এর মধ্যে-

(i) $W > F$ হলে বস্তুটি তরল বা বায়বীয় পদার্থে ডুবে যাবে এবং ভূমি বা তলায় আঘাত করবে।এক্ষেত্রে গতির সকল সূত্র এবং গতিশক্তির সূত্র ব্যবহার করা যাবে। তবে অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান ত্বরণে বস্তুটি নিচের দিকে নামবে না।কারণ প্লবতাজনিত উর্ধ্বমুখী বাধা বল রয়েছে। সুতরাং কার্যকর বল $W - F = ma.$

বা,$mg - \rho V g = ma$

বা, $\boxed{(m - \rho V)g = ma}$ [সূত্র]

[এখানে ρ =তরল বা গ্যাসের ঘনত্ব; $V =$ বস্তুর আয়তন বা বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা বায়বীয় পদার্থের আয়তন]

সূত্রটি হতে ত্বরণ a নির্ণয় করে গতির সূত্রে ব্যবহার করা যায়।

(ii) $W = F$ হলে বস্তুটি তরল বা বায়বীয় পদার্থের অভ্যন্তরে যেখানে রাখা হবে সেখানে স্থির অবস্থায় থাকবে অর্থাৎ সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসবে। যেমনঃ সমুদ্রে সাবমেরিন চলাচল।

(iii) $W < F$ হলে বস্তুটি তরল বা বায়বীয় পদার্থের উপরে আংশিক বা সম্পূর্ণ ভেসে উঠবে। সম্পূর্ণ ভেসে ওঠার ক্ষেত্রে $W << F$ হবে। আংশিক ভেসে ওঠার ক্ষেত্রে ঠিক যে পরিমাণ ডুবে থাকলে বস্তু তার সমান ওজনের তরল অপসারণ করবে ততটুকু ডুববে, আর বাকি অংশ তরলের উপর ভেসে থাকবে। অর্থাৎ—
ডুবন্ত অংশের অপসারিত তরলের ওজন = সম্পূর্ণ বস্তুর ওজন। এবং
ডুবন্ত অংশের অপসারিত তরলের ভর = সম্পূর্ণ বস্তুর ভর।

বস্তুটি এই অবস্থায় তথা আংশিক ভাসমান বা আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় অথবা সম্পূর্ণ ভাসমান বা সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় সমতল বরাবর গতিশীল হতে পারে। সেক্ষেত্রে গতির সকল সুত্র এবং গতিশক্তির সুত্র ব্যবহার করা যাবে। এক্ষেত্রে প্লবতা ও বস্তুর ওজনের বিয়োগফল হবে কার্যকর বল। আর এই বল বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন ঘটাবে। অর্থাৎ—

$$F - W = ma$$

বা, $V\rho g - mg = ma$

বা, $V\rho g - mg = ma$

বা, $(\rho V - m)g = ma$

[এখানে ρ = তরল বা গ্যাসের ঘনত্ব; V = বস্তুর আয়তন বা বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরল বা গ্যাসীয় পদার্থের আয়তন]
সুত্রটি হতে ত্বরণ a নির্ণয় করে গতিসুত্রে ব্যবহার করা যায়।

কোনো বস্তুর ঘনত্ব ρ এবং যেকোনো তরল বা বায়বীয় পদার্থের ঘনত্ব ρ_l হলে—

1. $\rho / \rho_l < 1$ হলে ρ ঘনত্ব বিশিষ্ট বস্তুটি ρ_l ঘনত্বের তরল বা বায়বীয় পদার্থে আংশিক ভাসমান বা আংশিক নিমজ্জিত হবে।

2. $\rho / \rho_l > 1$ হলে ρ ঘনত্ব বিশিষ্ট বস্তুটি ρ_l ঘনত্বের তরল বা বায়বীয় পদার্থে সম্পূর্ণরূপে নিমজ্জিত হবে।

3. $\rho / \rho_l = 1$ হলে ρ ঘনত্ব বিশিষ্ট বস্তুটি ρ_l ঘনত্বের তরল বা বায়বীয় পদার্থে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসবে।

কোনো পদার্থের আপেক্ষিক গুরত্ব S হলে—

1. $S < 1$ হলে বস্তুটি পানিতে আংশিক ভাসমান বা আংশিক নিমজ্জিত হবে।

2. $S > 1$ হলে বস্তুটি পানিতে সম্পূর্ণরূপে নিমজ্জিত হবে।

3. $S = 1$ হলে বস্তুটি পানিতে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসবে।

প্রশ্ন: 1 cm³ আয়তনের দুটি বল A ও B এর ঘনত্ব যথাক্রমে 0.4 gm/cc এবং 0.6 gm/cc. এদেরকে পানিতে ছেড়ে দেয়া হলো। ছেড়ে দেয়ার পর পানির উপরিতল বরাবর নিমজ্জিত অবস্থায় গতিশীল হলো। কোনটির গতি বেশি হবে তা গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ করো।

উত্তর: A ও B বলের আয়তন সমান হওয়ায় উভয়ের ক্ষেত্রে অপসারিত পানির ওজন বা প্লবতা সমান হবে। এই প্লবতার মান F হলে,

$F = V \rho_w g$

$= 10^{-6} \times 1000 \times 9.8$

$= 9.8 \times 10^{-3}$ N

এখানে,
$V = 1\ cm^3$
$= 10^{-6}\ m^3$
$\rho_w = 1000\ kgm^{-3}$
$g = 9.8\ ms^{-2}$
$F = ?$

এখন, A বস্তুর ভর m_A হলে,

$$\rho_A = \frac{m_A}{V}$$

$$\Rightarrow m_A = \rho_A V$$

$$= 400 \times 10^{-6}$$

$$= 4 \times 10^{-4}\ kg$$

এখানে,

$\rho_A = 0.4\ gm/cc$

$= 400\ kg\ m^{-3}$

$V = 1\ cm^3$

$= 10^{-6}\ m^3$

$m_A = ?$

A বস্তুর ওজন W_A হলে,

$$W_A = m_A g$$

$$= 4 \times 10^{-4} \times 9.8$$

$$= 3.92 \times 10^{-3}\ N$$

এখানে,

$m_A = 4 \times 10^{-4}\ kg$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$W_A = ?$

A বস্তুর ত্বরণ a_A হলে পানিতে ছেড়ে দেওয়ার পর নিউটনের গতির ২য় সূত্রানুসারে পাই,

$$F - W_A = m_A a_A$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{F - W_A}{m_A}$$

$$= \frac{(9.8 \times 10^{-3}) - (3.92 \times 10^{-3})}{4 \times 10^{-4}}$$

$$\therefore a_A = 14.7 \ ms^{-2}$$

এখানে,

$F = 9.8 \times 10^{-3}$ N

$W_A = 3.92 \times 10^{-3}$ N

$m_A = 4 \times 10^{-4}$ kg

$a_A = ?$

আবার, B বস্তুর ভর m_B হলে,

$$\rho_B = \frac{m_B}{V}$$

$$\Rightarrow m_B = \rho_B V$$

$$= 600 \times 10^{-6}$$

$$= 6 \times 10^{-4} \ kg$$

এখানে,

$\rho_B = 0.6$ gm/cc

$= 600 \ kgm^{-3}$

$V = 1 \ cm^3$

$= 10^{-6} \ m^3$

$M_B = ?$

B বস্তুর ওজন W_B হলে,

$W_B = m_B g$
$= 6 \times 10^{-4} \times 9.8$
$= 5.88 \times 10^{-3}$ N

এখানে,
$m_B = 6 \times 10^{-4}$ kg
$g = 9.8$ ms^{-2}
$W_B = ?$

B বস্তুর ত্বরণ a_B হলে পানিতে জোর দেয়ার পর নিউটনের গতির ২য় সূত্রানুসারে পাই,

$F - W_B = m_B a_B$

$\Rightarrow a_B = \frac{F - W_B}{m_B}$

$= \frac{(9.8 \times 10^{-3}) - (5.88 \times 10^{-3})}{6 \times 10^{-4}}$

$\therefore a_B = 6.53$ ms^{-2}

এখানে,
$F = 9.8 \times 10^{-3}$ N
$W_B = 5.88 \times 10^{-3}$ N
$m_B = 6 \times 10^{-4}$ kg
$a_B = ?$

অর্থাৎ $a_A > a_B$.
সুতরাং A বস্তুটি বেশি গতিশীল হবে।

বিকল্প পদ্ধতি (শর্টকার্ট):

এখানে,

A ও B বলের আয়তন $1 cm^3$

$\therefore$ A বলের ভর, $m_A = 1\ cm^3 \times 0.4\ g/cm^3$

$= 0.4\ g$

এবং B বলের ভর, $m_B = 1 cm^3 \times 0.6 g/cm^3$

$= 0.6\ g$

A ও B বলের আয়তন সমান হওয়ায় A ও B বলের ক্ষেত্রে অপসারিত পানির ওজন বা প্লবতা $W' = V_w \rho_w g$

$= 1 cm^3 \times 1 g/cm^3 \times 980\ cms^{-2}$

$= 980$ dyne

ধরি, A বলের ক্ষেত্রে ত্বরণ a_A এবং B বলের ক্ষেত্রে ত্বরণ, a_B ।

A বলের ওজন, $W_A = m_A g$

$= 0.4 \times 980$ dyne

$= 392$ dyne

B বলে ওজন, $W_B = m_B g$

$= 0.6 \times 980$ dyne

$= 588$ dyne

এখন, $m_A a_A = W - W_A$ [নিমজ্জনের শর্তানুসারে]

বা, $a_A = \frac{W - W_A}{m_A} = \frac{980 - 392}{0.4} cms^{-2} = 1470\ cms^{-2} = 14.7\ ms^{-2}$

আবার, $m_B a_A = W - W_B$

বা, $a_B = \frac{W - W_B}{m_B} = \frac{980 - 558}{0.6} cms^{-2} = 653.33\ cms^{-2} = 6.533 ms^{-2}$

$\therefore a_A > a_B$

সুতরাং A বলটি বেশি ত্বরণে গতিশীল হবে।

তরল পদার্থে বস্তুর নিমজ্জিত ও ভাসমান অংশ নির্ণয়

মনে করি, কোনো বস্তুর ভর m এবং সম্পূর্ণ আয়তন V.

$\therefore$ বস্তুটির ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V}$

$$\Rightarrow m = \rho V$$

বস্তুটির নিমজ্জিত অংশ এবং অপসারিত তরলের আয়তন সমান হবে।

ধরি, বস্তুটির নিমজ্জিত অংশ বা অপসারিত তরলের আয়তন V_l এবং তরলের ঘনত্ব, অপসারিত তরলের ভর ও ওজন যথাক্রমে ρ_l, m_l ও W_l.

এখন, বস্তুটি তরলে ভাসতে যদি বস্তুটির ওজন বা বস্তুর তার নিমজ্জিত অংশ কর্তৃক অপসারিত তরলের যথাক্রমে ওজন বা ভরের সমান হয়। অর্থাৎ—

$$W_l = W$$

$$\Rightarrow m_l g = mg$$

$$\Rightarrow m_l = m$$

$$\Rightarrow \rho_l V_l = \rho V$$

$$\Rightarrow \frac{V_l}{V} = \frac{\rho}{\rho_l} \quad \text{--- (i)}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_l = \frac{\rho}{\rho_l} \times V}$$

অর্থাৎ, নিমজ্জিত অংশের আয়তন (V_l)

= বস্তুর আয়তন (V) এর $\frac{\rho}{\rho_l}$ অংশ

অথবা, নিমজ্জিত অংশের আয়তন (V_l)

= বস্তুর আয়তন (V) এর $\frac{V_l}{V}$ অংশ।

[(i) নং ব্যবহার করে]

সুতরাং তরল পদার্থে কোনো বস্তুর মোট আয়তনের নিমজ্জিত

$$\text{অংশ} = \frac{\rho}{\rho_l}$$

$$= \frac{V_l}{V} \quad \text{[(i) নং হতে]}$$

আবার, তরল পদার্থে কোনো বস্তুর মোট আয়তনের শতকরা নিমজ্জিত

$$\text{অংশ} = \frac{\rho}{\rho_l} \times 100\%$$

$$= \frac{V_l}{V} \times 100\%$$

অতএব, ভাসমান অংশের আয়তন V' হলে,

$$V' = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_l}\right) \times V$$

$$= \left(1 - \frac{V_l}{V}\right) \times V \quad \text{[(i) নং হতে]}$$

অর্থাৎ, ভাসমান অংশের আয়তন (V') = বস্তুর আয়তন (V) এর $\left(1 - \frac{\rho}{\rho_l}\right)$ অংশ

অথবা, ভাসমান অংশের আয়তন (V') = বস্তুর আয়তন (V) এর $\left(1 - \frac{V_l}{V}\right)$ অংশ

আবার, তরল পদার্থে কোনো বস্তুর মোট আয়তনের শতকরা ভাসমান

$$\text{অংশ} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_l}\right) \times 100\%$$

$$= \left(1 - \frac{V_l}{V}\right) \times 100\%$$

গাণিতিক সমস্যাঃ

$30000\ \mathrm{kg}$ ভরের একটি জাহাজের আয়তন $900\ \mathrm{m}^3$.জাহাজটির কত অংশ পানিতে নিমজ্জিত অবস্থায় থাকবে ?

সমাধানঃ

জাহাজের ভর, $m = 30000\ \mathrm{kg}$

জাহাজের আয়তন, $V = 900\ \mathrm{m}^3$

জাহাজটির নিমজ্জিত অংশের আয়তন $=$ অপসারিত পানির আয়তন $= V_w = x\ \mathrm{m}^3$

অপসারিত পানির ভর $m_w = \rho_w V_w$

$$= 1000x\ \mathrm{kg}$$

জাহাজটি পানিতে ভাসবে যদি জাহাজের ভর তার নিমজ্জিত অংশ কর্তৃক অপসারিত পানির ভরের সমান হয়।অর্থাৎ

$m_w = m$

বা, $1000x = 30000$

বা, $x = \dfrac{30000}{1000}$

$\therefore x = 30$

সুতরাং নিমজ্জিত অংশের আয়তন, $V_w = 30\ \mathrm{m}^3$

এখন, $\dfrac{V_w}{V} = \dfrac{30}{900}$

বা, $\dfrac{V_w}{V} = \dfrac{1}{30}$

বা, $V_w = \dfrac{1}{30} \times V$

সুতরাং নিমজ্জিত অংশের আয়তন জাহাজটির আয়তনের $\dfrac{1}{30}$ অংশ।

বিকল্প সমাধানঃ

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

জাহাজের ঘনত্ব, $\rho = \frac{30000}{900} \text{ kgm}^{-3}$

$= \frac{100}{3} \text{ kgm}^{-3}$ যা পানির ঘনত্বের চেয়ে কম । তাই বস্তুটি ভেসে থাকবে।

সুতরাং নিমজ্জিত অংশের আয়তন জাহাজটির আয়তনের $\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{\frac{100}{3}}{1000} = \frac{1}{30}$ অংশ।

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

১. 400 kgm^{-3} ঘনত্বের কাঠের টুকরো পানিতে ভাসিয়ে দিলে কত শতাংশ পানিতে ডুবে থাকবে ?পানির ঘনত্ব 1000 kgm^{-3}.

২. কাঠের তৈরি একটি ব্লকের আয়তন 510 cm^3 এবং বায়ুতে এর ওজন 3.06 N হলে ব্লকটির ঘনত্ব নির্ণয় কর । ব্লকটিকে 0.9 gm/cm^3 ঘনত্বের তরলে ছেড়ে দিলে এর কতটুকু আয়তন ডুবে থাকবে?

৩. একটি বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব 10.5 বস্তুটির কত অংশ পারদে ভেসে থাকবে?

গাণিতিক সমস্যাঃ

এক টুকরা কাঠ নদীর পানিতে দুই -পঞ্চমাংশ ডুবে থাকে। কাঠটি ভাসতে ভাসতে সমুদ্রের পানিতে গেলে কত শতাংশ ডুবে থাকবে ? সমুদ্রের পানির ঘনত্ব $1024\ \mathrm{kg}^{-3}$

সমাধানঃ

বস্তুটির ঘনত্ব $= \rho$

নদীর পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000\ \mathrm{kgm}^{-3}$

সুতরাং নদীর পানিতে নিমজ্জিত অংশের আয়তন

$$= \frac{\rho}{\rho_w}$$

শর্তমতে,

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{2}{5}$$

বা, $\rho = \frac{2}{5} \times \rho_w$

বা, $\rho = \frac{2}{5} \times 1000\ \mathrm{kgm}^{-3}$

$$= 400\ \mathrm{kgm}^{-3}$$

সমুদ্রের পানির ঘনত্ব, $\rho_s = 1024\ \mathrm{kg}^{-3}$

সুতরাং সমুদ্রের পানিতে কাঠের নিমজ্জিত অংশ

$$= \frac{\rho}{\rho_s}$$

$$= \frac{400}{1024}$$

$$= \frac{25}{64}$$

$$= \frac{25}{64} \times 100\%$$

$$= \frac{625}{16}\%$$

$$\approx 39.1\%$$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

এক টুকরা কাঠ নদীর পানিতে অর্ধেক ডুবে থাকে। কাঠটি ভাসতে ভাসতে সমুদ্রের পানিতে গেলে কত শতাংশ ডুবে থাকবে ? সমুদ্রের পানির ঘনত্ব $1025\ \mathrm{kg}^{-3}$

গাণিতিক সমস্যাঃ (পাঠ্যবইয়ের ১৫৬ পৃষ্ঠার গাণিতিক প্রশ্ন: ১ সমাধান)

বাতাসের ঘনত্ব 0.0012 gm/cm^3 , সোনার ঘনত্ব 19.30 gm/cm^3 , একটা নিক্তিতে 1 kg সোনা মাপা হলে তার প্রকৃত ভর কত?

সমাধানঃ

সোনার ঘনত্ব, $\rho = 19300 \text{ kgm}^{-3}$

বাতাসে ভর, $m_1 = 1 \text{ kg}$

বাতাসের ঘনত্ব, $\rho_1 = 0.0012 \text{ gm/cm}^3$

$= 1.2 kgm^{-3}$

সোনার আয়তন $=$ অপসারিত বাতাসের আয়তন $= V$

শূন্য মাধ্যমে কোন বস্তুর ভর হলো তার প্রকৃত ভর।

শূণ্য মাধ্যমে ভর, $m_0 = ?$

সোনার বাতাসে ভর, $m_1 = \rho V$

বা, $V = \dfrac{m_1}{\rho} \cdots\cdots (i)$

শূন্য মাধ্যম সাপেক্ষে

বাতাসে হারানো ভর $=$ অপসারিত বাতাসের ভর

বা, $m_0 - m_1 = \rho_1 V$

বা, $m_0 - 1 = 1.2V$

বা, $m_0 - 1 = 1.2 \times \dfrac{m_1}{\rho}$ [(i) হতে]

বা, $m_0 = \dfrac{1.2 m_1}{19300} + 1$

বা, $m_0 = \dfrac{1.2 \times 1}{19300} + 1$

বা, $m_0 = 0.00006218 + 1$

$\therefore m_0 = 1.00006218$

সুতরাং 1 kg সোনার প্রকৃত ভর 1.00006218 kg

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

বাতাসের ঘনত্ব 0.00127 gm/cm^3 , কাঁচের ঘনত্ব 2600 gm/cm^3 , একটা নিক্তিতে 1.5 kg কাঁচ মাপা হলে তার প্রকৃত ভর কত?

ভেজাল বা খাদের পরিমাণ নির্ণয়ের রাশিমালা

মনে করি, ভেজাল মিশ্রিত কোনো ধাতুর হালকা মাধ্যমে ভর m_1 ও ঘন মাধ্যমে ভর m_2. এবং ঘন মাধ্যমের ঘনত্ব ρ_l.

ভেজাল মিশ্রিত ধাতুর আয়তন এবং ঐ ধাতু কর্তৃক অপসারিত ভারী মাধ্যমের আয়তন সমান হবে। ধরি এই আয়তন V_m

অর্থাৎ,

ভেজাল মিশ্রিত ধাতুর আয়তন = অপসারিত ভারী মাধ্যমের আয়তন = V_m

আর্কিমিডিসের সুত্রানুসারে আমরা পাই,

হালকা মাধ্যমের সাপেক্ষে ভেজাল মিশ্রিত ধাতুর,

ঘন মাধ্যমে হারানো ভর = অপসারিত ঘন মাধ্যমের ভর

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = \rho_l V_m \quad \left[\because m_1 > m_2 \text{ এবং } m = \rho V\right]$$

$$\Rightarrow V_m = \frac{m_1 - m_2}{\rho_l} \quad \text{--- (i)}$$

আবার,
মনে করি ভেজাল মিশ্রিত ধাতুর ঘনত্ব ρ_m ও হালকা মাধ্যমে ভর m_1 এবং আয়তন V_m.

ভেজালের ঘনত্ব ρ_i ও ভেজালের ভর m_i এবং ভেজালের আয়তন V_i.

বিশুদ্ধ ধাতুর ঘনত্ব ρ ও বিশুদ্ধ ধাতুর ভর m এবং আয়তন V.

সুতরাং ভেজালের আয়তন ও বিশুদ্ধ ধাতুর আয়তনের সমষ্টিই হবে সর্ম্পূর্ন ভেজাল যুক্ত ধাতুর আয়তনের সমান।
অর্থাৎ,

$$V_i + V = V_m$$

$$\Rightarrow V_m - V_i = V \quad \text{——— (ii)}$$

এখন, হালকা মাধ্যমে; ভেজালের ভর ও বিশুদ্ধ ধাতুর ভারের সমষ্টিই হবে সর্ম্পূর্ন ভেজাল যুক্ত ধাতুর ভারের সমান।

অর্থাৎ,

ভেজালের ভর + বিশুদ্ধ ধাতুর ভর
= ভেজাল যুক্ত ধাতুর ভর।

$$\Rightarrow m_i + m = m_1$$

$$\Rightarrow \rho_i V_i + \rho V = m_1$$

$$\Rightarrow \rho_i V_i + \rho(V_m - V_i) = m_1 \quad \text{[(ii) হতে]}$$

$$\Rightarrow \rho_i V_i + \rho V_m - \rho V_i = m_1$$

$$\Rightarrow V_i(\rho_i - \rho) = m_1 - \rho V_m$$

$$\Rightarrow V_i(\rho_i - \rho) = m_1 - \rho\left(\frac{m_1 - m_2}{\rho_l}\right) \quad \text{[(i) নং হতে]}$$

$$\Rightarrow V_i(\rho_i - \rho) = \frac{m_1\rho_l - m_1\rho + m_2\rho}{\rho_l}$$

$$\Rightarrow V_i = \frac{m_1\rho_l - m_1\rho + m_2\rho}{\rho_l(\rho_i - \rho)}$$

$$\Rightarrow V_i = \frac{\not{f}(m_1\rho - m_2\rho - m_1\rho_l)}{\not{f}\rho_l(\rho-\rho_i)}$$

$$\Rightarrow V_i = \frac{m_1\rho - m_2\rho - m_1\rho_l}{\rho_l(\rho-\rho_i)} \quad \text{——— (iii)}$$

সুতরাং ভেজালের ভর,

$$m_i = \rho_i V_i$$

$$\Rightarrow \boxed{m_i = \rho_i \times \frac{m_1\rho - m_2\rho - m_1\rho_l}{\rho_l(\rho-\rho_i)}} \quad \text{[(iii) নং হতে]}$$

ইহাই ভেজাল বা খাদের পরিমাণ নির্ণয়ের রাশিমালা।

গাণিতিক সমস্যাঃ

ধরা যাক আর্কিমিডিসের পরীক্ষিত সোনার মুকুটের বাতাসে ভর $10\ \mathrm{kg}$ এবং পানিতে ভর $9.4\ \mathrm{kg}$ এবং মুকুটটিতে $7800\ \mathrm{kgm}^{-3}$ ঘনত্বের খাদ মেশানো আছে।

(ক) খাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(খ) পানির পরিবর্তে কেরোসিন ব্যবহার করে খাদের পরিমাণ নির্ণয় করা সম্ভব কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

সমাধানঃ

(ক) নং প্রশ্নের উত্তরঃ

১ম অংশঃ

মুকুটের বাতাসে ভর, $m_1 = 10\ \mathrm{kg}$,

পানিতে ভর, $m_2 = 9.4\ \mathrm{kg}$

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000\ \mathrm{kgm}^{-3}$

মুকুটের আয়তন $=$ মুকুট কর্তৃক অপসারিত পানির আয়তন $= V_c$

আমরা জানি,

$$m_1 - m_2 = \rho_w V_c$$

$$\text{বা, } V_c = \frac{m_1 - m_2}{\rho_w}$$

$$= \frac{10 - 9.4}{1000}$$

$$= \frac{0.6}{1000}$$

$$= 0.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$$

$$= 6 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$

২য় অংশ

মুকুটের ঘনত্ব,$\rho_c = \dfrac{m_1}{V_c}$

$$= \frac{10}{6 \times 10^{-4}}$$
$$= 16666.67 \text{ kgm}^{-3}$$

সোনার ঘনত্ব,$\rho = 19300 \text{ kgm}^{-3}$

খাদের ঘনত্ব,$\rho_i = 7800 \text{ kgm}^{-3}$

মুকুটের আয়তন,$V_c = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

এখন,

$m_i + m = m_1$

বা, $\rho_i V_i + \rho V = m_1$

বা, $\rho_i V_i + \rho \left(V_c - V_i\right) = m_1$

বা,$\rho_i V_i + \rho V_c - \rho V_i = m_1$

বা, $V_i \left(\rho_i - p\right) = m_1 - \rho V_c$

বা, $V_i = \dfrac{\rho V_c - m_1}{\rho - \rho_i}$

$$= \frac{19300 \times 6 \times 10^{-4} - 10}{19300 - 7800}$$
$$= 1.3739 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

সুতরাং খাদের ভর, $m_i = \rho_i \times V_i$

$$= 7800 \times 1.3739 \times 10^{-4} \text{ kg}$$
$$= 1.072 \text{ kg} \quad \text{(প্রায়)}$$

বিকল্প পদ্ধতিঃ

ভেজালের ঘনত্ব ,$\rho_i = 7800\ \text{kgm}^{-3}$

সোনার ঘনত্ব, $\rho = 19300\ \text{kgm}^{-3}$

মুকুটের বাতাসে ভর ,$m_1 = 10\ \text{kg}$

মুকুটের পানিতে ভর, $m_2 = 9.4\ \text{kg}$

পানির ঘনত্ব, $\rho_l = 1000\ \text{kgm}^{-3}$

আমরা জানি,

ভেজালের ভর,

$$m_i = \rho_i \times \frac{m_1\rho - m_2\rho - \rho_l m_1}{\rho_l(\rho - \rho_i)}$$

$$= 7800 \times \frac{10 \times 19300 - 9.4 \times 19300 - 1000 \times 10}{1000\,(19300 - 7800)}$$

$= 1.072\ \text{kg}$ (প্রায়)

(খ) নং প্রশ্নের উত্তরঃ

কেরোসিনে মুকুটের ভর জানা থাকলে খাদের ভর নির্ণয় করা সম্ভব।

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

সোনার মুকুটের বাতাসে ওজন 98 N এবং পানিতে ওজন 92.12 N .মুকুটটির ঘনত্ব কত ?যদি খাদের ঘনত্ব $7800\ \text{kgm}^{-3}$ হয় তবে খাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্নঃ

সোনার মুকুটের বাতাসে ও পানিতে ওজন যথাক্রমে 39.2 N এবং 39 N .মুকুটটিতে খাদের ঘনত্ব $7800\ \text{kgm}^{-3}$.

(ক) হারানো ওজন কাকে বলে?

(খ) কোনো বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব 18 বলতে কি বোঝায়?

(গ) উদ্দিপকের মুকটের ঘনত্ব নির্ণয় করো।

(ঘ) উদ্দিপকের মুকুটের মধ্যে কি পরিমাণ খাদ রয়েছে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষন করো।

গাণিতিক সমস্যাঃ (পাঠ্যবইয়ের ১৫৭ পৃষ্ঠার গাণিতিক প্রশ্ন: ৩ সমাধান)
সোনার মুকুট এবং তার সমান ওজনের খাঁটি সোনা একটি দন্ডের দুই পাশে ঝুলিয়ে পানিতে ডোবানো হলে যদি সোনার মুকুটটির ওজন কম হয় তবে মুকুটটি খাঁটি না খাদ মেশানো এবং কেন ?

সমাধানঃ

বাতাসে মুকুটের ভর $= m_1$ এবং

খাঁটি সোনার ভর $= m_2$

প্রশ্নমতে, $m_1 = m_2 = m$

পানিতে মুকুটের ভর $= m_3$ এবং

খাঁটি সোনার ভর, $= m_4$

মুকুটের আয়তন, $= V_c$

খাঁটি সোনার আয়তন, $= V$

মুকুটের ক্ষেত্রে, $m_1 - m_3 = \rho_w V_c$

বা, $m_3 = m - \rho_w V_c$

খাঁটি সোনার ক্ষেত্রে, $m_4 = m - \rho_w V$

প্রশ্নমতে,

$m_3 < m_4$

বা, $m - \rho_w V_c < m - \rho_w V$

বা, $-\rho_w V_c < -\rho_w V$

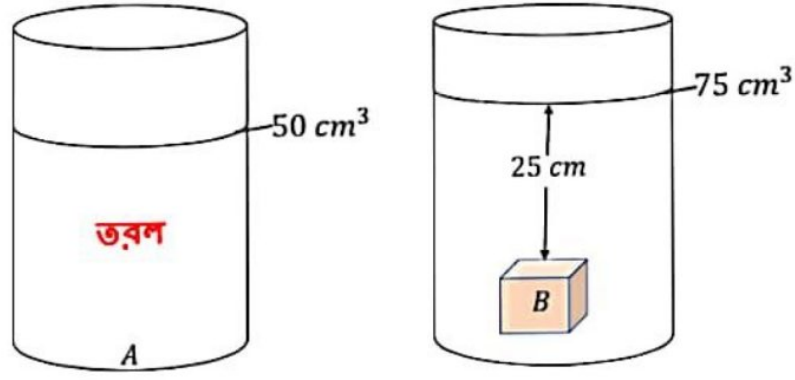
বা, $\rho_w V_c > \rho_w V$

$\therefore V_c > V$

যেহেতু সমান ভরের মুকুটের আয়তন খাঁটি সোনার আয়তন অপেক্ষা বেশি,তাই মুকুটে খাদ মেশানো আছে।

গাণিতিক সমস্যাঃ

একটি বস্তুর বাতাসে ওজন $19.6\ (N)$ এবং পানিতে ওজন 15.68 N, বস্তুটির আয়তন $400\ \text{cm}^3$ হলে বস্তুটি পানিতে কি অবস্থায় থাকবে? বস্তুটির ঘনত্ব সমআয়তন পানির ঘনত্বের কতগুণ?

সৃজনশীল প্রশ্নঃ

B ঘনকটির ধার 2 cm এবং আপেক্ষিক গুরুত্ব 19.

(ক) প্লবতা কাকে বলে?

(খ) চাপের সাথে ক্ষেত্রফলের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

(গ) পাত্রটির ব্যাসার্ধ 5 cm হলে পারদ তরলের দ্বারা A তলে চাপ নির্ণয় কর।

(ঘ) তরলটি পানি হলে বস্তুটির অবস্থান গাণিতিকভাবে নির্ণয় কর।

(ঙ) বস্তুটির পানিতে ও বাতাসে ওজন নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যাঃ

কোন বস্তুর ওজন সমআয়তন পানির ওজনের 7.2 গুণ। বস্তুটির বাতাসে ভর 50 gm হলে পানিতে ওজন কত? বস্তুটির কেরোসিন সাপেক্ষে পানিতে হারানো ওজন বের করো।

সমাধানঃ

বস্তুর ওজন $= 7.2\times$ সমআয়তন পানির ওজন

বা, $W = 7.2 \times W_1$

বা, $mg = 7.2 \times m_1 g$

বা, $m = 7.2 \times m_1$

বা, $\rho V = 7.2 \times \rho_1 V$

বা, $\rho = 7.2 \times 1000 \text{ kgm}^{-3}$

$\therefore \rho = 7200 \text{ kgm}^{-3}$

বস্তুর ঘনত্ব পানির ঘনত্বের চেয়ে বেশি হওয়ায় বস্তুটি পানিতে ডুবে যাবে।

বস্তুটির আয়তন, $V = \frac{m}{\rho}$

$$= \frac{0.05}{7200}$$

$$= \frac{1}{144000} \text{ m}^3$$

= বস্তু কর্তৃক অপসারিত পানির আয়তন।

বস্তুর বাতাসে ওজন $= W$

বস্তুর পানিতে ওজন $= W_2$

হারানো ওজন $= W - W_2 = \rho_1 V g$

বা, $W_2 = W - \rho_1 V g$

$$= mg - \rho_1 V g$$

$$= 0.05 \times 9.8 - 7200 \times \frac{1}{144000} \times 9.8$$

$$= 0.422 \text{ N}$$

২য় অংশঃ

যেহেতু বস্তুটির ঘনত্ব কেরোসিনের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি ।তাই বস্তুটি কেরোসিনে ডুবে যাবে।

গাণিতিক সমস্যাঃ

25 ml আয়তনের বস্তুর পানিতে ওজন 4.41 N হলে তার আপেক্ষিক গুরুত্ব কত?

সমাধানঃ

বস্তুর আয়তন, $V = 25 \text{ ml}$

$$= 25 \times 10^{-3} \text{ l}$$

$$= 25 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$[\because 1\text{m}^3 = 1000 \text{ l}]$$

$$= 25 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

= বস্তু কর্তৃক অপসারিত পানির আয়তন।

বস্তুটির বাতাসে ভর, $m_1 = \rho V$ [$\rho =$ বস্তুর ঘনত্ব]

পানিতে ভর, $m_2 = \frac{4.41}{9.8} \text{ kg}$

$$= 0.45 \text{ kg}$$

আমরাজানি,

$$m_1 - m_2 = \rho_w V$$

বা,
$$\rho \times 25 \times 10^{-6} - 0.45 = 1000 \times 25 \times 10^{-6}$$

বা, $\rho \times 25 \times 10^{-6} = 0.025 + 0.45$

বা, $\rho = \frac{0.475}{25 \times 10^{-6}}$

$\therefore \rho = 19000 \text{ kgm}^{-3}$

সুতরাং বস্তুটির আপেক্ষিক গুরুত্ব, $S = \frac{\rho}{\rho_w}$

$$= \frac{19000}{1000}$$

$$= 19 \quad (Ans.)$$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

75 ml আয়তনের বস্তুর পানিতে ওজন 13.23 N হলে তার আপেক্ষিক গুরুত্ব কত?

গাণিতিক সমস্যাঃ

একটি বস্তুর পানিতে ওজন $3.96 \mathrm{~N}$ এবং আপেক্ষিক গুরুত্ব 18.5 হলে বস্তুটির আয়তন কত লিটার? অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.81 \mathrm{~ms}^{-2}$.

সমাধানঃ

পানিতে বস্তুটির ভর, $m_2 = \frac{3.96}{9.81} \mathrm{~kg}$

$= 0.4 \mathrm{~kg}$

আপেক্ষিক গুরুত্ব, $S = 18.5$

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000 \mathrm{~kgm}^{-3}$

সুতরাং $S = \frac{\rho}{\rho_w}$

বা, $\rho = S\rho_w$

$= 18.5 \times 1000 \mathrm{~kgm}^{-3}$

$= 18500 \mathrm{~kgm}^{-3}$

এখন, বস্তুটির আয়তন ও ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত পানির আয়তন সমান হবে। ধরি,

বস্তুটির আয়তন = ঐ বস্তু কর্তৃক অপসারিত পানির আয়তন= V এবং

বাতাসে বস্তুটির ভর, $m_1 = \rho V$

আমরা জানি,

$m_1 - m_2 = \rho_w V$

বা, $\rho V - m_2 = \rho_w V$

বা, $\rho V - \rho_w V = m_2$

বা, $V(\rho - \rho_w) = m_2$

বা, $V = \frac{m_2}{(\rho - \rho_w}$

বা, $V = \frac{0.4}{(18500 - 1000}$

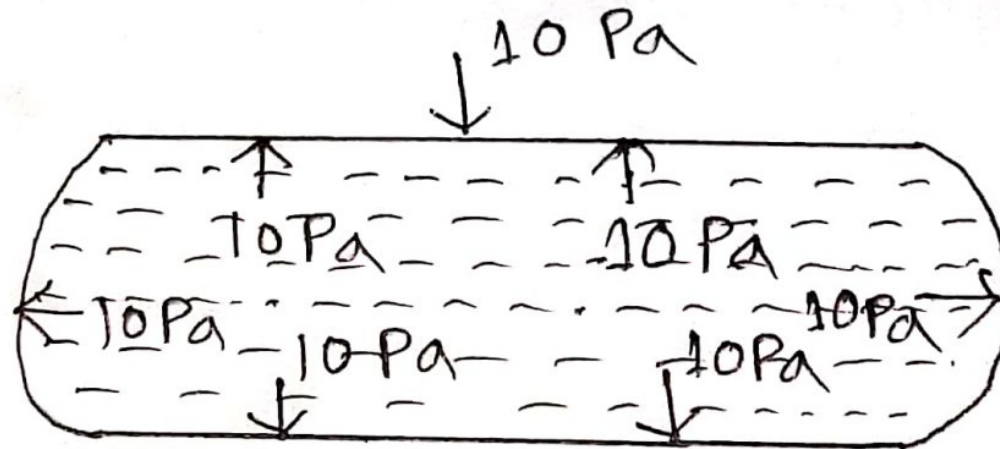
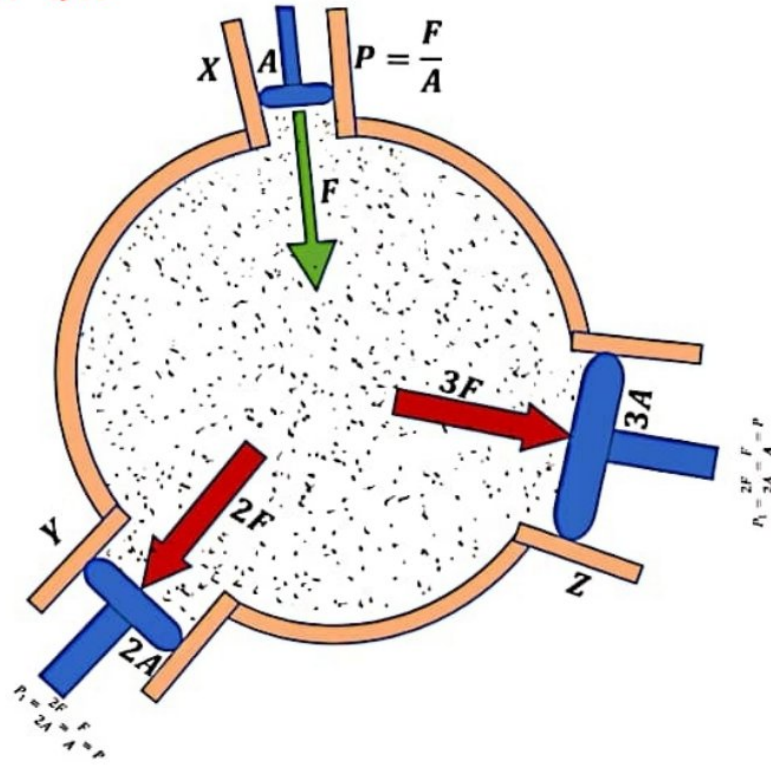
বা, $V = \frac{0.4}{(17500}$

$\therefore V = 2.28571 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^3$

$= 0.0228571\ \mathrm{l}$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

১. একটি বস্তুর পানিতে ওজন $27.44\ \mathrm{N}$ এবং আপেক্ষিক গুরুত্ব 18 হলে বস্তুটির আয়তন কত মিলি লিটার? অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ \mathrm{ms}^{-2}$.

<u>প্যাসকেলের সূত্র</u> : কোনো আবদ্ধ তরল বা বায়বীয় পদার্থের কোনো অংশে চাপ প্রয়োগ করলে সেই চাপ বিন্দুমাত্র না কমে পাত্রের চারদিকে সমান ভাবে সঞ্চালিত হয় এবং পাত্রের গায়ে লম্ব ভাবে ক্রিয়া করে।

X সিলিন্ডারের পিস্টনের উপর F বল প্রয়োগ করায় চাপ ,$P=\frac{F}{A}$.

প্যাসকেলের সূত্রানুসারে এই চাপ কিছুমাত্র না কমে পাত্রে আবদ্ধ তরল বা বায়বীয় পদার্থ দ্বারা সবদিকে সমানভাবে সঞ্চালিত হবে এবং পাত্রের গায়ে লম্বভাবে বল প্রয়োগ করবে।

Y সিলিন্ডারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2A$ যা পিস্টনের তলার ক্ষেত্রফল।

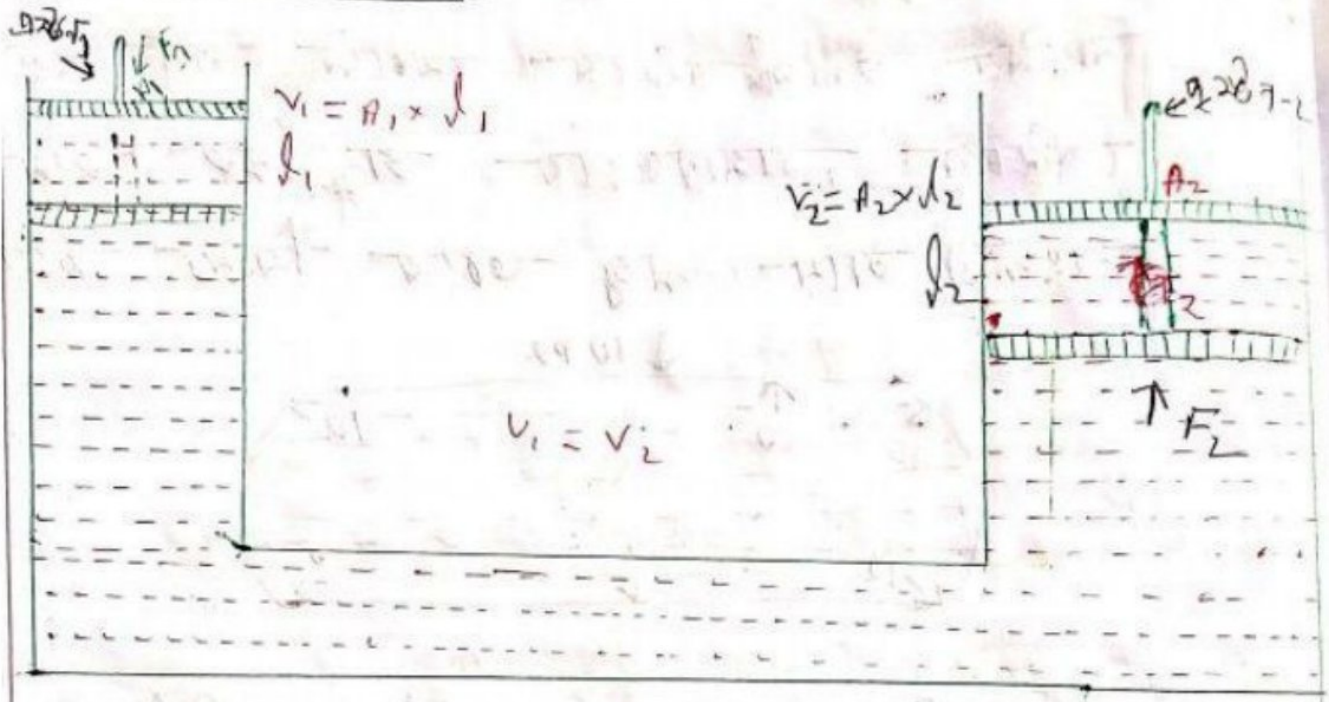
সুতরাং Y পিস্টনের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল $2F$ হবে যাতে প্যাসকেলের সূত্র অনুসারে অনুভূত চাপ

$$P_1=\frac{2F}{2A}=\frac{F}{A}=P \text{ হয়।}$$

আবার,Z সিলিন্ডারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $3A$ যা পিস্টনের তলার ক্ষেত্রফল।

সুতরাং Z পিস্টনের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল $3F$ হবে

যাতে প্যাসকেলের সূত্র অনুসারে অনুভূত চাপ

$$P_2=\frac{3F}{3A}=\frac{F}{A}=P \text{ হয়।}$$

ছোট পিষ্টনের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A_1 এবং বল প্রয়োগে l_1 এর দিকে দূরত্ব অপসারণ করলে, অপসারিত পানির আয়তন

V_1 হলে

$$V_1 = A_1 \times l_1 \quad \text{———} \quad (i)$$

বড় পিষ্টনে উত্থিত তরলের দৈর্ঘ্য l_2 এবং পিষ্টনের ক্ষেত্রফল A_2 হলে উত্থিত তরলের আয়তন।

$$v = A_2 \times l_2 \quad \text{—— (ii)}$$

আমরা জানি

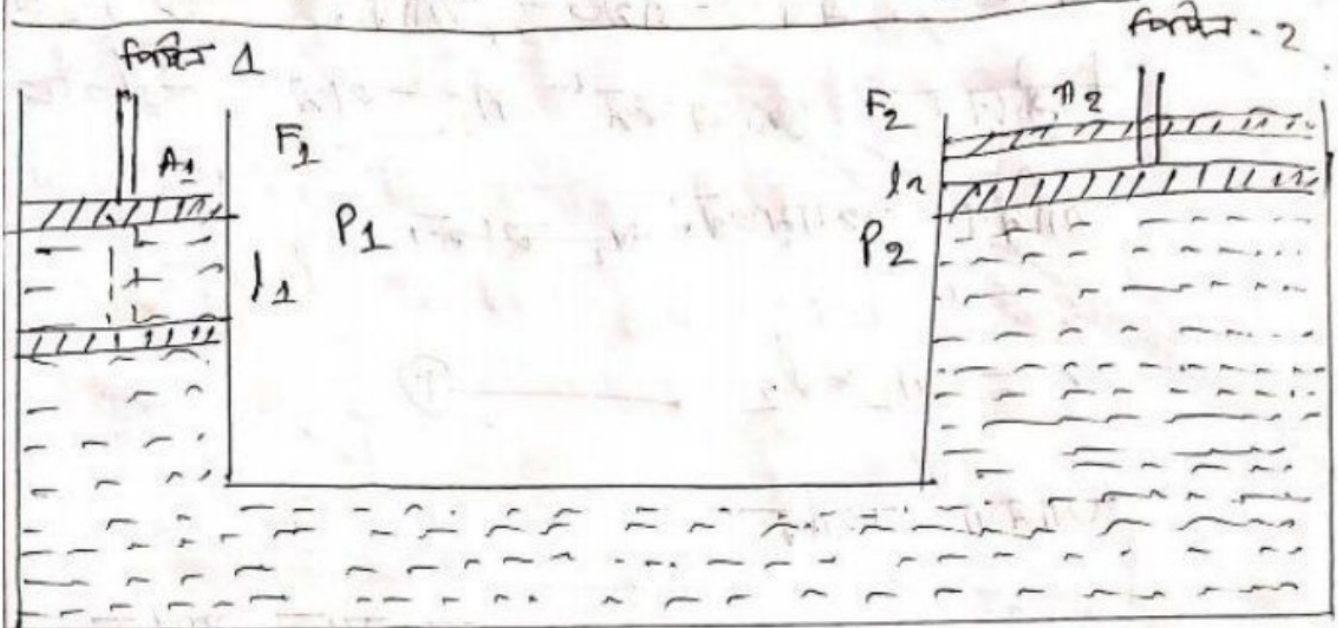
ছোট পিষ্টনে যতটুকু আয়তনের তরল অপসারণ করা হবে - বড় পিষ্টনের মধ্যে যতটুকু আয়তনের তরল উত্থিত হবে। অর্থাৎ উভয় ক্ষেত্রে আয়তনের পরিমাণ সমান হবে।

$$\therefore V_1 = V_2$$

$$\Rightarrow A_1 \times l_1 = A_2 l_2$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\therefore A_1 l_1 = A_2 l_2$$

প্যাসকেলের সূত্রের গাণিতিক প্রমাণ:

ছোট পিষ্টনের ক্ষেত্রফল A_1, এতে F_1 বল প্রয়োগে l_1 পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে।

∴ ছোট পিষ্টনে প্রযুক্ত শক্তির পরিমাণ উহার দ্বারা কৃতকাজের সমান।

কৃতকাজ W_1 হলে,

$$W_1 = F_1 l_1$$

$$= F_1 \frac{V_1}{A_1}$$

$$= \frac{F_1}{A_1} V_1 \quad \text{——— (1)}$$

$$\left[\because A_1 l_1 = V_1 \Rightarrow l_1 = \frac{V_1}{A_1}\right]$$

অনুরূপ, বড় পিষ্টনের ক্ষেত্রফল A_2 এবং প্রযুক্ত বল F_2, ও অতিক্রান্ত দূরত্ব l_2 হলে, কৃতকাজ,

$$W_2 = F_2 l_2$$

$$= \frac{F_2}{A_2} V_2 \quad \text{(ii)}$$

$$\left[\because A_2 l_2 = V_2 \Rightarrow l_2 = \frac{V_2}{A_2} \right]$$

এখন কাজের নিত্যতার নীতি অনুসারে পাই,

$$W_1 = W_2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{A_1} V_1 = \frac{F_2}{A_2} V_2$$

$$\Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad [\because V_1 = V_2 = V]$$

$$\Rightarrow P_1 V = P_2 V$$

$$\therefore P_1 = P_2$$

ইহাই প্যাসকেলের সূত্রের গাণিতিক প্রমাণ।

CamScanner

বলবৃদ্ধিকরণ নীতি: তরল পদার্থে কোনো ক্ষুদ্রতম অংশে বল প্রয়োগ করলে উহার বৃহত্তম অংশে বল বৃহত্তম বৃদ্ধি পায়। একে বল বৃদ্ধিকরণ নীতি বলে।

$P = \frac{F_1}{A_1}$

পিস্টন 1

ক্ষেত্রফল A_1

$P = \frac{F_2}{A_2}$

পিস্টন 2

ক্ষেত্রফল A_2

অর্থাৎ $A_1 < A_2$ হলে $F_1 < F_2$ হবে

আর্কিমিডিসের বলবৃদ্ধিকরণ নীতির গাণিতিক প্রমাণ

পিস্টন 1 — A_1, F_1, P_1

পিস্টন 2 — A_2, F_2, P_2

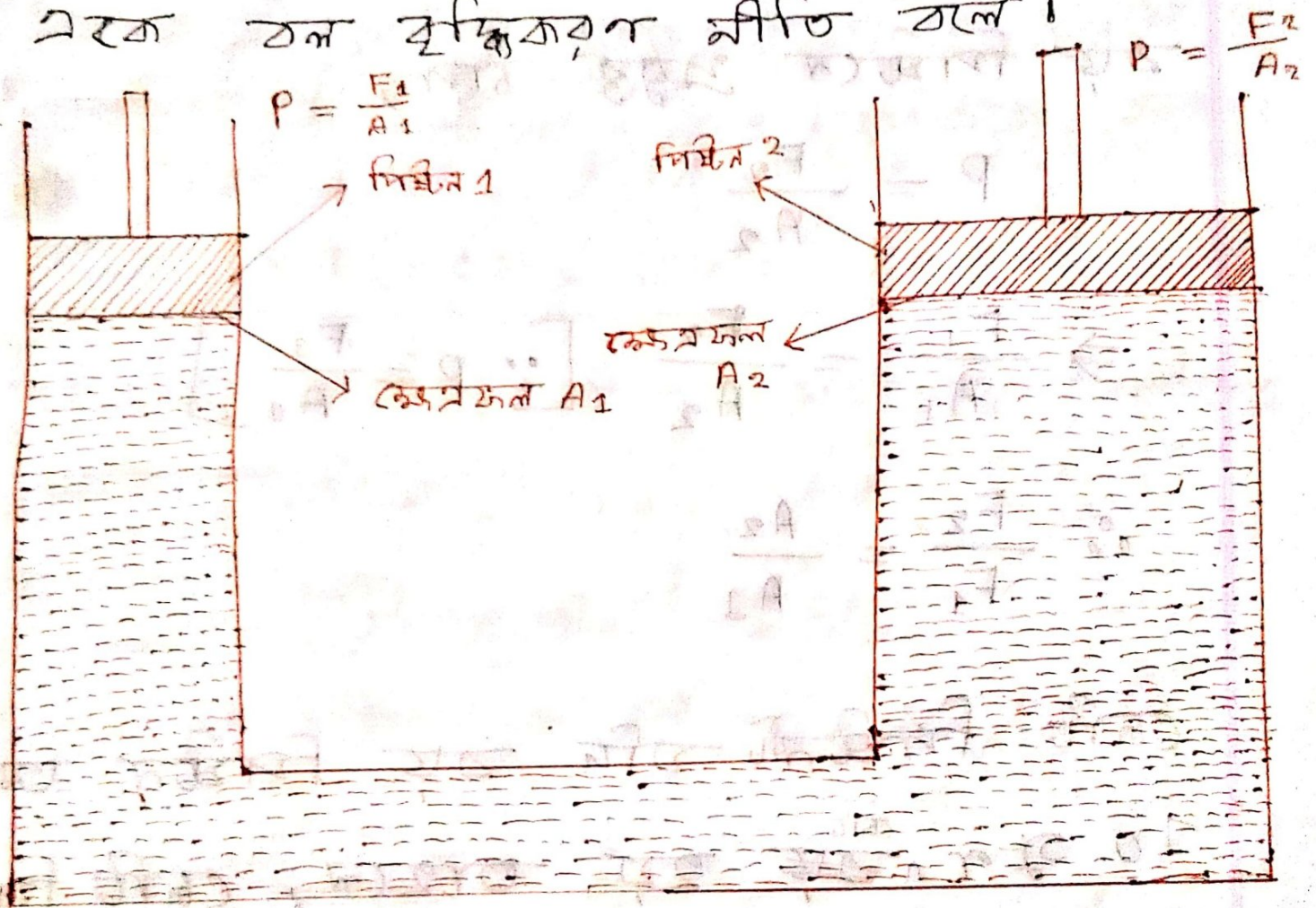
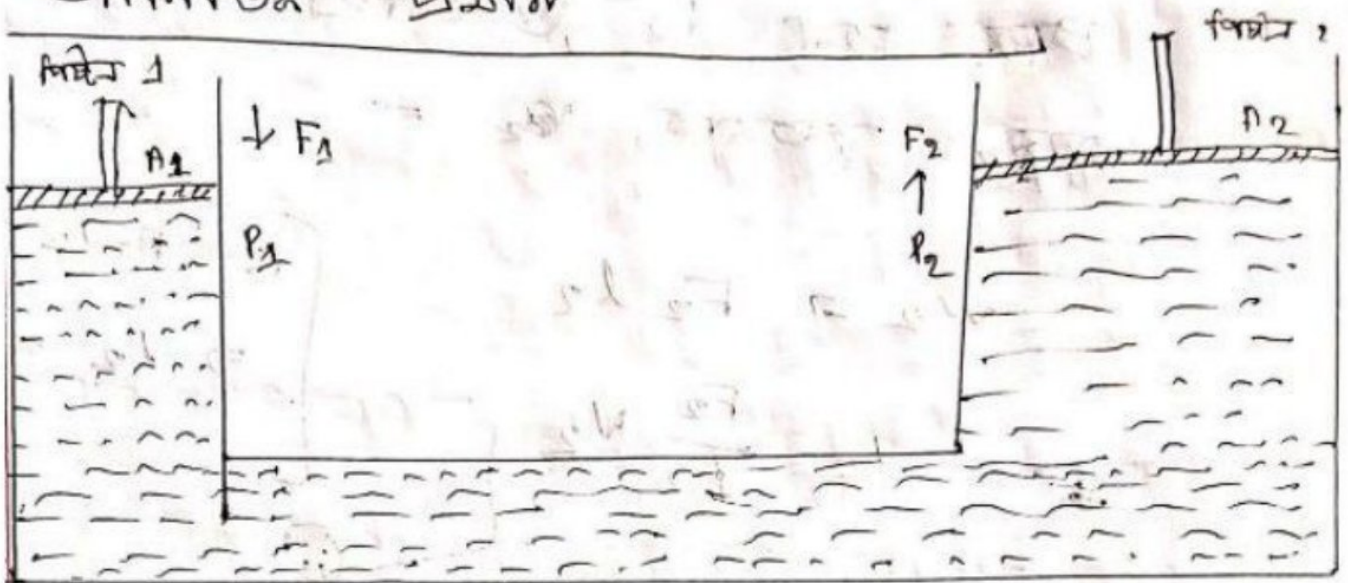
ছোট পিষ্টনের ক্ষেত্রফল A_1 এবং প্রযুক্ত বল F_1 ও চাপ P_1 হলে,

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1} \quad \text{——— (i)}$$

অনুরূপ

বড় পিষ্টনের ক্ষেত্রফল A_2 এবং প্রযুক্ত বল F_2 ও চাপ P_2 হলে,

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{——— (ii)}$$

প্যাসকেলের সূত্রানুসারে পাই,

$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}} \quad \text{———— (i)}$$

তরলের আয়তনের নিত্যতা অনুসারে,

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \text{———— (ii)}$$

(i) ও (ii) হতে, পাই,

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}}$$

আবার,

গোলাকার পিস্টনের ক্ষেত্র, ছোট ও বড় পিস্টনের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 ও r_2 হলে,

(i) নং হতে পাই,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$$

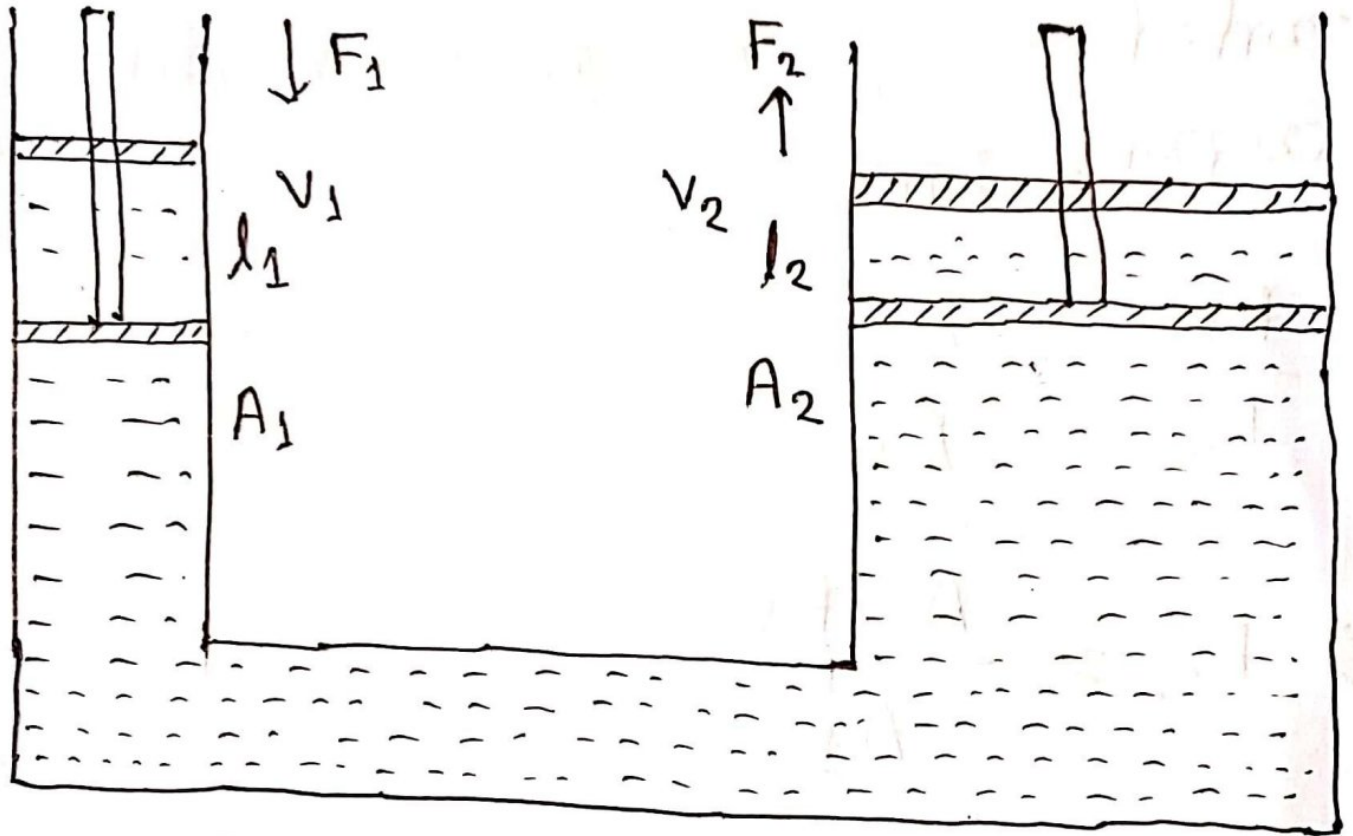
$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}} \quad \text{(iii)}$$

আবার, গোলাকার ছোট ও বড় পিস্টনের ব্যাস যথাক্রমে d_1 ও d_2 হলে

(iii) নং হতে পাই,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{(2d_1)^2}{(2d_2)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}}$$

আর্কিমিডিসের বল বৃদ্ধিকরণ নীতির উপর শক্তির নিত্যতার সূত্র প্রয়োগ

মনে করি, ছোট পিস্টনে F_1 বল প্রয়োগে l_1 দূরত্ব অতিক্রম করে। ছোট পিস্টনে কাজ W_1 হলে এতে প্রযুক্ত শক্তি হবে কৃতকাজের সমান।

অর্থাৎ, $E_1 = W_1$

$$\Rightarrow E_1 = F_1 l_1 \quad \text{——— (i)}$$

ছোট পিস্টনের ক্ষেত্রফল A_1 এবং প্রযুক্ত বল F_1 ও বড় পিস্টনের ক্ষেত্রফল A_2 ও প্রযুক্ত বল F_2 হলে আর্কিমিডিসের বল বৃদ্ধিকরণ নীতি অনুসারে পাই,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2 F_1}{A_1}$$

আবার, ছোট পিস্টনে অপসারিত তরলের আয়তন V_1 এবং বড় পিস্টনে উত্থিত পানির আয়তন V_2 হলে,

$$V_1 = V_2$$

$$\Rightarrow A_1 l_1 = A_2 l_2$$

$$\Rightarrow l_2 = \frac{A_1 l_1}{A_2}$$

এখন বড় পিস্টনে কাজের পরিমাণ W_2 হলে ইহাতে প্রাপ্ত শক্তি হবে কৃত কাজের সমান। অর্থাৎ,

$$E_2 = W_2$$

$$= F_2 l_2$$

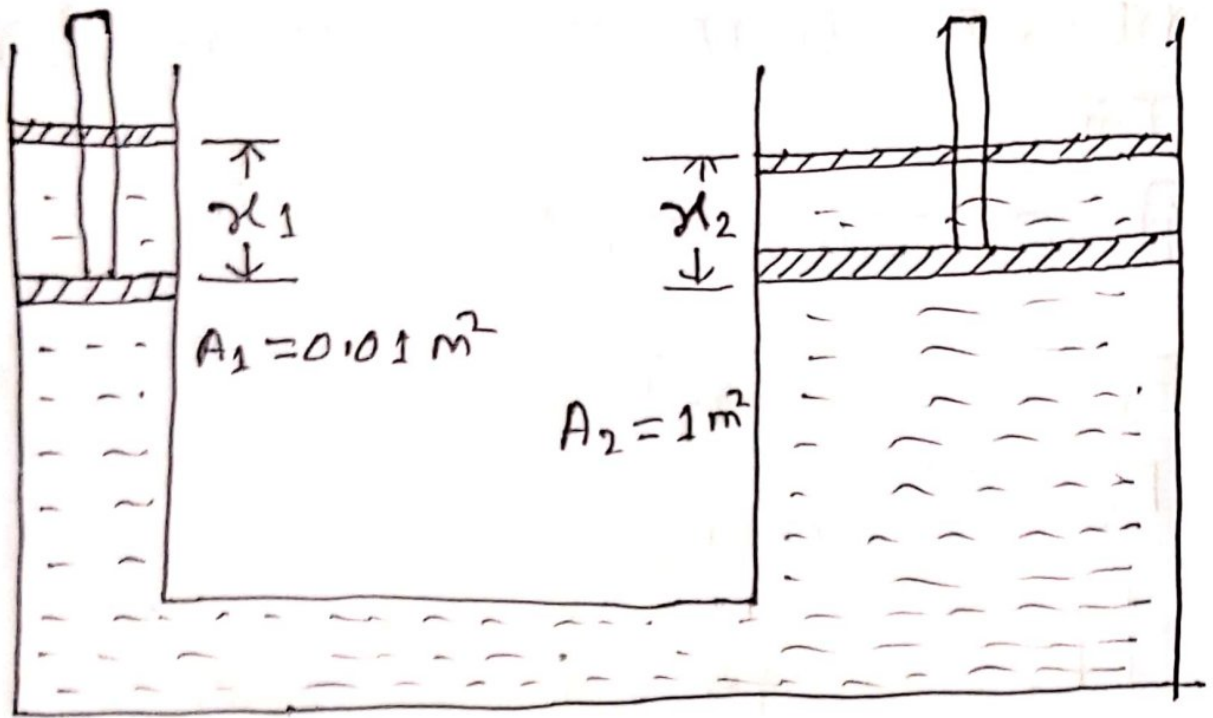
$$= \frac{A_2 F_1}{A_1} \cdot \frac{A_1 l_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow E_2 = F_1 l_1 \text{ ——— (ii)}$$

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$$E_1 = E_2$$

অর্থাৎ প্রযুক্ত শক্তি = প্রাপ্ত শক্তি

সুতরাং আর্কিমিডিসের বল বৃদ্ধিকরণ নীতির উপর শক্তির নিত্যতা প্রমাণিত হলো।

সৃজনশীল প্রশ্ন

1000 Kg ভারের বস্তুকে তোলার জন্য একটি ব্যবহার করা হয়।

(ক) বল বৃদ্ধি কারণ নীতিটি কি?

(খ) 10 Pa চাপ বলতে কি বুঝ?

(গ) যন্ত্রটিকে সাম্যাবস্থায় আনতে ছোট পিস্টনে কত বল প্রয়োগ করতে হবে?

(ঘ) উল্লিখিত যন্ত্রটিতে কিভাবে কাজ অপরিবর্তিত থাকে - তা গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ করো।

গাণিতিক সমস্যাঃ

নিশ্ছিদ্র পিস্টনযুক্ত পানিভর্তি দুটি সিলিন্ডার একটি নল দিয়ে লাগানো। সিলিন্ডার দুটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে $1 \mathrm{~cm}^2$ এবং $1 \mathrm{~m}^2$ । বড় পিস্টনের উপর $70 \mathrm{~kg}$ ভরের একজন মানুষ বসে আছে, তাকে তুলে ধরে রাখতে ছোট পিস্টনে কত বল প্রয়োগ করতে হবে।

সমাধানঃ

ছোট পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A_1=1 \mathrm{~cm}^2=1 \times 10^{-4} \mathrm{~m}^2$

বড় পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_2=1 \mathrm{~m}^2$

ছোট পিস্টনে ভর, $m_1=?$

বড় পিস্টনে ভর, $m_2=70 \mathrm{~kg}$

আমরাজানি,

$$\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}$$

বা, $\dfrac{m_1 g}{A_1}=\dfrac{m_2 g}{A_2}$

বা, $\dfrac{m_1}{A_1}=\dfrac{m_2}{A_2}$

বা, $\dfrac{m_1}{1 \times 10^{-4}}=\dfrac{70}{1}$

বা, $m_1=70 \times 10^{-4}$

$\therefore m_1=70 \times 10^{-4} \mathrm{~kg}=7 \mathrm{~gm}$

ছোট পিস্টনে $7 \mathrm{~gm}$ ভর চাপালে ঐ ব্যক্তিকে তুলে ধরে রাখা যাবে।

ছোট পিস্টনে প্রযুক্ত বল, $F_1=m_1 g$

$$=70 \times 10^{-4} \times 9.8$$

$$=0.0686 \mathrm{~N}$$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

নিশ্ছিদ্র পিস্টনযুক্ত পানিভর্তি দুটি সিলিন্ডার একটি নল দিয়ে লাগানো। সিলিন্ডার দুটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে $4 \mathrm{~m}^2$ এবং $20 \mathrm{~m}^2$ । বড় পিস্টনের উপর $75 \mathrm{~kg}$ ভরের একজন মানুষ বসে আছে, তাকে তুলে ধরে রাখতে ছোট পিস্টনে কত বল প্রয়োগ করতে হবে?

গাণিতিক সমস্যাঃ

হাইড্রোলিক প্রেসের ছোট পিষ্টন ও বড় পিষ্টনের ব্যাসের অনুপাত 1 : 5 এবং ফোট পিষ্টনে 500 N বল প্রয়োগ করলে বড় পিষ্টনে অনুভূত বল কত?

সৃজনশীল প্রশ্নঃ

একটি হাইড্রোলিক প্রেসের ছোট পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ ও বড় পিস্টনের ব্যাস 15 cm ।ছোট পিস্টনে বল প্রয়োগ করা হল।

ক. প্যাসকেলের সূত্রটি লিখ।

খ. কোন স্থানে বায়ুমন্ডলীয় চাপের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে কেন?

গ. বড় পিস্টনে অনুভূত বল দ্বারা কি পরিমাণ ভর ধরে রাখা যাবে নির্ণয় কর।

ঘ.ছোট পিস্টনের তার ব্যাসের সমান সরণ ঘটলে গাণিতিক ভাবে দেখাও যে শক্তির নিত্যতা সূত্র সমর্থিত হয়েছে?

বায়ুর চাপ

বিজ্ঞানী টরিসেলির পরীক্ষা থেকে জানা যায় বাতাস বা বায়ুর চাপের কারণে ভূ-পৃষ্ঠে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 76 cm সৃষ্টি করে। অর্থাৎ ব্যারোমিটারে 76 cm পারদস্তম্ভ পাত্রের তলায় P পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করলে, আমরা জানি,

$$P = h\rho g$$

$$= 0.76 \times 13600 \times 9.8$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\approx 10^5 \text{ Pa}$$

এখানে,

$h = 76$ cm $= 0.76$ m

$\rho = 13600$ kgm^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

$P = ?$

ব্যারোমিটারে 76 cm পারদ স্তম্ভের 10^5 Pa চাপকে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বা 1 atmospheric pressure বা 1 atm বা 1 barometric pressure বা 1 bar বলা হয়।

অর্থাৎ,

$$1 atm = 10^5 Pa$$

<u>বায়ুমণ্ডলীয় চাপ</u>: বায়ুমণ্ডল, সমুদ্র সমতলের 1 m^2 ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে 10^5 N বল প্রয়োগ করলে যে পরিমাণ চাপের সৃষ্টি হয় তাকে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বা 1 atm বলে। একে আদর্শ চাপ বা স্বাভাবিক চাপ নামেও অভিহিত করা হয়।

অর্থাৎ আমরা জানি,

$$P = \frac{F}{A}$$
$$= \frac{10^5 N}{1 m^2}$$
$$= 10^5 N m^{-2}$$
$$= 10^5 Pa.$$
$$= 1 atm.$$

প্রশ্ন: ব্যারোমিটারে পারদের পরিবর্তে কেরোসিন ব্যবহার করলে স্বাভাবিক চাপে এর উচ্চতা কত হবে? (পাঠ্যবইয়ের ১৫৭ পৃষ্ঠার গাণিতিক প্রশ্ন: ২ সমাধান)

উত্তর: আমরা জানি,

$$P = h\rho g$$
$$\Rightarrow h = \frac{P}{\rho g}$$
$$\Rightarrow h = \frac{10^5}{1000 \times 9.8}$$
$$\therefore h = 12.76 m \text{ (Ans)}$$

এখানে,
$P = 1 atm$
$= 10^5 Pa$
$\rho = 800 kg m^{-3}$
$g = 9.8 ms^{-2}$
$h = ?$

অনুরূপ ভাবে সমাধান করো:

১/ ব্যারোমিটারে পারদের পরিবর্তে বেনজিন বা গ্লিসারিন ব্যবহার করলে স্বাভাবিক চাপে এদের উচ্চতা কত হবে?

বেনজিন ও গ্লিসারিনের ঘনত্ব যথাক্রমে $876 kg m^{-3}$ ও $1260 kg m^{-3}$.

বায়ুর ক্ষেত্রে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সাথে উচ্চতার সম্পর্ক

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যতই উপরে উঠা যায় বায়ুর ঘনত্ব ততই কমতে থাকে ফলে বাতাসের চাপ ততই কমতে থাকে। আবার বায়ুর তাপমাত্রা যতই বৃদ্ধি পায় ঘনত্ব ততই হ্রাস পায় ফলে বায়ুচাপও হ্রাস পায়।

এখন, ভূ-পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_0, বায়ুর বিভিন্ন গ্যাসের গড় আণবিক ভর M, বায়ুমণ্ডলের গড় আদর্শ তাপমাত্রা T কেলভিনে এবং সার্বজনীন মোলার গ্যাস ধ্রুবক R হলে, h উচ্চতায় বায়ুচাপ,

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

CamScanner

এখানে,

e = প্রাকৃতিক লগারিদমের ভিত্তি, একটি গাণিতিক ধ্রুবক। যার মান,

$e = 2.718281828 46$

M = বায়ুর বিভিন্ন গ্যাসের গড় আণবিক ভর $= 0.02896$ kg/mol.

প্রশ্নপত্রে নির্দিষ্ট গ্যাসের উল্লেখ থাকলে M এর মান হবে সেই নির্দিষ্ট গ্যাসের আণবিক ভরের সমান।

R = সার্বজনীন মোলার গ্যাস ধ্রুবক $= 8.3143\ J mol^{-1} K^{-1}$.

g = অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9.8 ms^{-2}

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$\frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$ এবং

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$\frac{g'}{g} = 1 - \frac{h}{R}$$ যেখানে R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

T = কেলভিন স্কেলে বায়ুর তাপমাত্রা। প্রশ্নপত্রে তাপমাত্রা উল্লেখ না থাকলে, বায়ুর গড় তাপমাত্রা 15°C তথা 288.16 K ধরে নেয়া হয়।

সেলসিয়াস, ফারেনহাইট ও কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা যথাক্রমে C, F ও K হলে,

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9} = \frac{K-273.15}{5}$$

h = হ্রদ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা।
উল্লেখ্য যে, হ্রদ-পৃষ্ঠ থেকে গভীরতার ক্ষেত্রে (i) নং সমীকরণে h এর মান ঋণাত্মক হবে।

P_0 = হ্রদ-পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, 1 atm অথবা 10^5 Pa.
উল্লেখ্য যে, (i) নং সমীকরণে P এর একক P_0 এর এককের উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ P_0 এবং P এর একক অভিন্ন হবে।

বায়ুর ক্ষেত্রে বায়ুমন্ডলীয় চাপের সাথে উচ্চতার লেখচিত্র

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় বায়ুচাপ P হলে আমরা জানি

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

উক্ত সমীকরণে বাতাসের বিভিন্ন গ্যাসের গড় আণবিক ভর ও বায়ুমন্ডলের গড় তাপমাত্রার মান বসিয়ে পাই,

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

$$\Rightarrow P = P_0 e^{-\frac{0.02896 \times 9.8 \times h}{8.3143 \times 288.16}}$$

$$\Rightarrow P = P_0 e^{-0.00012h}$$

এখানে,

$P_0 = P_0$

$M = 0.02896\ kg\ mol^{-1}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$h = h$

$R = 8.3143\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$

$T = 288.16K$

সুতরাং সাধারণ ভাবে বাতাসের গড় তাপমাত্রায় বায়ুমন্ডলীয় চাপের সাথে উচ্চতার সম্পর্ক হলো,

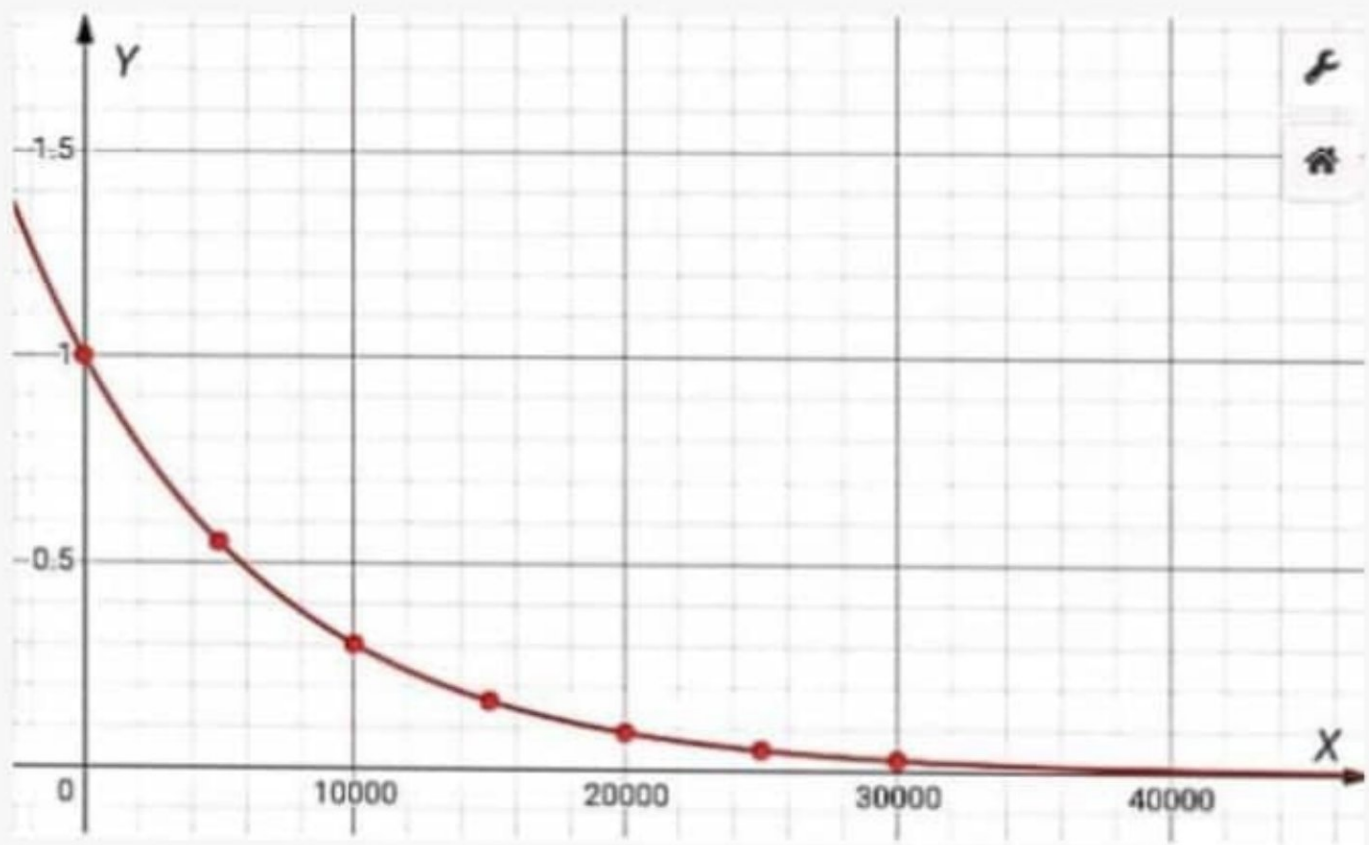
$$P = P_0 e^{-0.00012h}$$

উপরের সূত্রটি যে ফাংশান প্রকাশ করে তার লেখচিত্র অংকনের জন্য h এর মিটার এককে কয়েকটি মানের জন্য $P = P_0 e^{-0.00012h}$ এর ছক তৈরী করি। যেখানে,
$P_0 = 1 atm.$

$$\therefore P = P_0 e^{-0.00012h}$$
$$= 1 \times e^{-0.00012h}$$
$$\Rightarrow P = e^{-0.00012h}$$

সুতরাং উপরোক্ত সংখ্যানে P ও h এর একক যথাক্রমে atm ও m.

h (m)	$e^{-0.00012h}$ (atm)
0	1
5000	0.54881164
10000	0.30119421
15000	0.16529889
20000	0.09071795̄3
25000	0.04978707̄68
30000	0.02732372̄2

লেখ কাগজে X অক্ষ বরাবর উচ্চতা h এর মান মিটার এককে এবং Y অক্ষ বরাবর চাপ P এর মান atm এককে বসিয়ে উপরোক্ত ছকের প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি। যেখানে X ও Y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 200 ও 0.1 এককের সমান।

লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে সমুদ্র সমতল হতে 5000 m = 1 km উচ্চতায় চাপ ভূ-পৃষ্ঠের বায়ুমন্ডলীয় চাপের প্রায় অর্ধেক। পরবর্তী 5 km উচ্চতায় চাপ শুন্য নয়। কারণ উচ্চতা বৃদ্ধির সাথে চাপ সূচকীয়ভাবে হ্রাস পায়।

গাণিতিক সমস্যাঃ

এভারেস্টের চূড়ায় চাপ ভূপৃষ্ঠের বায়ুমন্ডলীয় চাপের শতকরা কত ভাগ? অথবা এভারেস্টের চূড়ায় অক্সিজেনের পরিমাণ ভূপৃষ্ঠের শতকরা কত ভাগ?

সমাধানঃ

এভারেস্টের উচ্চতা,$h = 29029$ ft

$$= \frac{29029}{3.28084} \text{ m}$$

$[\because 1 \text{ m} = 3.28084 \text{ ft}]$

$$= 8848 \text{ m}$$

ভূপৃষ্ঠে বায়ুমন্ডলীয় চাপ P_o

আমরাজানি,

h m উচ্চতায় চাপ,$P = P_o e^{-0.00012h}$

$$\text{বা,} \frac{P}{P_o} = e^{-0.00012h}$$

$$= e^{-0.00012 \times 8848}$$

$$= e^{-1.06176}$$

$$= 0.345846 \approx \frac{1}{3}$$

$$= 0.345846 \times 100\%$$

$$= 34.5846\%$$

$$\approx 35\%$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{P}{P_o} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore P = \frac{1}{3} P_o$$

সুতরাং এভারেস্টের চূড়ায় চাপ ভূপৃষ্ঠের বায়ুমন্ডলীয় চাপের $\frac{1}{3}$ অংশ বা 35%, তাই এভারেস্টের চূড়ায় অক্সিজেনের পরিমাণ ভূপৃষ্ঠের $\frac{1}{3}$ অংশ।

অনুরূপভাবে প্রমান কর যে,

১. 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতল থেকে 10^5 m উচ্চতায় চাপ কত ? সেখানে ব্যারোমিটারের পারদের উচ্চতা কত হবে?

২. ভূপৃষ্ঠ হতে 5.776 km উচ্চতায় চাপ সমুদ্রপৃষ্ঠের বায়ুমন্ডলীয় চাপের প্রায় অর্ধেক।

গাণিতিক সমস্যাঃ

1.5 km গভীরের খনিতে 45°C তাপমাত্রায় চাপ কত?

সমাধান:

গভীরতা,$h = -1.5 \text{ km} = -1500 \text{ m}$

[ভূপৃষ্ঠ হতে উপরের দিকে h ধনাত্মক এবং নিচের দিকে অর্থাৎ ভূ-অভ্যন্তরে (খনিতে) h ঋণাত্মক।]

তাপমাত্রা,$T = (273.16 + 45) \text{ K} = 318.16 \text{ K}$

আমরাজানি,

$$P = P_o e^{\frac{-Mgh}{RT}}$$

বা,$P = P_o e^{\frac{-0.02896\times9.807\times-1500}{8.3143\times318.16}}$

বা,$P = P_o e^{0.16105}$

বা,$P = 1 \times 1.1747 \text{ atm}$

$\therefore P = 1.1747 \text{ atm}$

অনুরূপভাবে সমাধান করঃ

1.1 km গভীর খনিতে 42°C তাপমাত্রায় চাপ কত প্যাসকেল হবে?

গাণিতিক সমস্যা:

একটি পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.796\ ms^{-2}$ হলে ঐ স্থানে বায়ুচাপ কত?

সমাধান: পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে আমরা জানি,

$$\frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g'}{g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{R}{2}\left(1 - \frac{g'}{g}\right)$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6}{2}\left(1 - \frac{9.796}{9.8}\right)$$

$$= 1306\ m$$

এখানে,

$R = 6.4 \times 10^6\ m$

$g' = 9.796\ ms^{-2}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$h = ?$

অর্থাৎ পাহাড়ের উচ্চতা 1306 m.

এখন, পাহাড়ের চূড়ায় বায়ুচাপ P হলে, আমরা পাই,

$$P = P_0 e^{-0.00012h}$$

$$= 1 \times e^{-0.00012 \times 1306}$$

$$= 0.855 \text{ atm}$$

$$= 0.855 \times 10^5 \text{ Pa}$$

(Ans)

এখানে

$P_0 = 1$ atm

$h = 1306$ m

$P = ?$

৩। পৃথিবীর পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Pa বলতে কী বুঝ।

→ কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে চাপ বলে।

আমরা জানি,

$$P = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{10^5}{1}$$

অর্থাৎ পৃথিবীর পৃষ্ঠে 10^5 Pa বায়ুমণ্ডলের চাপ বলতে বোঝায়, পৃথিবীর প্রতি বর্গমিটারে বাতাস 10^5 N বল প্রয়োগ করে।

সৃজনশীল প্রশ্ন নং 20

$100\ cm^3$

$50\ cm^3$

$m = 2\ kg$

$\rho = 1000\ kg\ m^{-3}$

বস্তুটি নিমজ্জনের পূর্বে পানির আয়তন $50\ cm^3$ এবং নিমজ্জনের পর পানির আয়তন $100\ cm^3$ এ পরিণত হলো।

(ক) প্লবতা কি?

(খ) পারদের ঘনত্ব $13600\ kg\ m^{-3}$ বলতে কি বুঝ?

(গ) উদ্দীপকের বস্তুটির উপর কিরূপ প্লবতা ক্রিয়া করে — নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুটির ঘনত্ব বের কর

সৃজনশীল অধ্যায়-১০

ক) কোনো বস্তুতে তরল বা বায়বীয় পদার্থের মধ্যে আংশিক বা সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত অবস্থায় তরল বা বায়বীয় পদার্থের ঊর্ধ্বমুখী বলকে প্লবতা বলে।

খ) একক আয়তনের কোনো বস্তুর ভরকে ঐ বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব বলে।

পারদের ঘনত্ব $13600\ kgm^{-3}$ বলতে বুঝি $1m^3$ আয়তন বিশিষ্ট পারদের ভর $13600\ kg$।

1m
1m
1m

(গ) আমরা জানি,

কোনো বস্তুকে তরলে নিমজ্জিত করলে তার আয়তনের সমপরিমাণ তরল অপসারিত হয়।

∴ উদ্দীপকের বস্তুর আয়তন =

আমরা জানি

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$= \frac{2}{50 \times 10^{-6}}$$

$$= 6.67 \times 10^{4}\ kgm^{-3}$$

এখানে

$V = 50 \times 10^{-6}\ m^3$

$m = 2\ kg$

নিমজ্জনের পরের তরলের আয়তন − নিমজ্জনের পূর্বের তরলের আয়তন

$= (100 - 50)\ cm^3$

$= 50\ cm^3$

$= 50 \times 10^{-6}\ m^3$

ঘ উঃ

তৈলাক্ত বস্তুটির উপর প্লবতা F হলে

আমরা জানি

প্লবতা $F = V\rho g$

$F = 50 \times 1000 \times 9.8$

$F = 490000$

$V = 50\ cm^3$

$\rho = 1000\ kg\ m^{3}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$F = ?$

4

বাতাসের চাপ এবং আবহাওয়া সংক্রান্ত আলোচনা

সংকট বা ক্রান্তি তাপমাত্রা: কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ন্যূনতম যে মানের হলে কোনো পরিমাণ চাপ প্রয়োগেই একে আর তরলে পরিণত করা যায় না, তাকে সংকট বা ক্রান্তি তাপমাত্রা বলে। অথবা সর্বোচ্চ যে তাপমাত্রায় থাকলে কোনো গ্যাসকে শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগ করে তরলে পরিণত করা যায় তাকে ঐ গ্যাসের সংকট বা ক্রান্তি তাপমাত্রা বলে।

বাষ্প: সাধারণ তাপমাত্রা এবং চাপে যে সকল পদার্থ কঠিন বা তরল অবস্থায় থাকে, ওই সকল পদার্থ এর বায়বীয় অবস্থাকে বাষ্প বলে।

গ্যাস: সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে যে সকল পদার্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে তাদেরকে গ্যাস বলে। গ্যাসীয় পদার্থ এর তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রা এর নিচে থাকলে তাকে বাষ্প বলে, আর কোন গ্যাসীয় পদার্থ এর তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রা এর উপরে থাকলে তাকে গ্যাস বলে।

জলীয়বাষ্প: প্রমাণ চাপে পানিকে ১০০°সেলসিয়াস তাপমাত্রায় পানি বাষ্পে পরিণত হয়। এই বাষ্পে পরিনত পানিকে জলীয় বাষ্প বলে। জলীয়বাষ্প হলো পানির বায়বীয় রূপ।

সম্পৃক্ত বাষ্প: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে, সে পরিমাণ বাষ্প সেখানে থাকলে ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

অসম্পৃক্ত বাষ্প: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে, সে পরিমাণ বাষ্প সেখানে উপস্থিত না থাকলে ঐ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

বাষ্পায়ন: যে কোন উষ্ণতায় তরলের উপরিতল থেকে ধীরে ধীরে তরলের বাষ্পে পরিণত হওয়ার ঘটনাকে বাষ্পায়ন বলে।

বাষ্পচাপ: কোন তরল পদার্থকে একটি আবদ্ধ পাত্রে রেখে দিলে বাষ্পায়ন প্রক্রিয়ায় ক্রমশ বাষ্পীভূত হয়। বাষ্প অণুগুলি পরস্পরের সাথে এবং পাত্রের দেয়ালের সাথে ধাক্কা খায়। এতে দেয়ালে চাপ পড়ে। এ চাপকে বাষ্পচাপ বলে। অর্থাৎ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন তরলের উপরস্থ তার বায়বীয় অবস্থা তরলের পৃষ্ঠতলে সাম্যাবস্থায় লম্ভভাবে যে চাপ দেয় তাকে বাষ্প চাপ বলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায়। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানের জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের ভরের সমানুপাতিক। তরলের বাষ্পায়ন তাপমাত্রা, ক্ষেত্রফল, বায়ুপ্রবাহ ও তরলের প্রকৃতির সামানুপাতিক কিন্তু আর্দ্রতা ও চাপের ব্যাস্তানুপাতিক।

সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ: কোনো স্থানে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সর্বোচ্চ যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকতে পারে, ঐ পরিমাণ বাষ্প বায়ুতে উপস্থিত থেকে যে চাপ দেয়, তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ (Saturated Vapor Pressure বা S. V. P) বা সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ (Maximum vapor pressure) বা শুধু বাষ্পচাপ (Vapor pressure) বলে।

নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি আবদ্ধ স্থানের বাষ্প ধারণ করার ক্ষমতা নির্দিষ্ট এবং একটি সর্বোচ্চ সীমা আছে। যখন কোন আবদ্ধ স্থান একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় আর অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে না, তখন ঐ স্থানকে বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত বলা হয়। সম্পৃক্ত বাষ্প দ্বারা সৃষ্ট চাপকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। অর্থাৎ কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ আয়তনের উপর নির্ভর করে না কিন্তু তরলের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন তরলের জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ভিন্ন ভিন্ন হয়।

বিভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ

তাপমাত্রা (°C)	সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ (mm Hg)	তাপমাত্রা (°C)	সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ (mm Hg)
0	4.58	26	25.21
2	5.29	28	28.35
4	6.10	30	31.83
5	7.01	32	35.66
6	7.06	34	39.90
8	8.05	36	44.42
10	9.21	38	49.58
12	10.52	40	55.32
14	11.99	50	92.51
16	13.63	60	149.38
18	15.48	70	233.70
20	17.54	80	355.10
22	19.80	90	525.76
24	22.98	100	760.00

MmHg পূর্নরুপ: Milimitre of marcury (পারদ এর মিলিমিটার) এটি বায়ুচাপ পরিমাপের ক্ষেত্রে একক হিসাবে ব্যবহৃত হয়। 1 mmHg = 133.322 pa

অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প যদি সর্বাধিক বাষ্পচাপ অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে, তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে। অর্থাৎ অসম্পৃক্ত বাষ্প যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

আদ্রতা: আর্দ্রতা হলো বাতাসে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের মোট পরিমাণ। বাতাসে জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর আর্দ্রতা নির্ভর করে। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ যত কমে, আর্দ্রতাও তত কমে। আর্দ্রতার পরিমাণ বেশি হলে বাতাসে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে যায় এবং এই জলীয় বাষ্প ঠান্ডা হয়ে বৃষ্টিপাত ঘটায়।

বায়ু কতটুকু শুষ্ক বা ভেজা তা নির্দেশ করতে আর্দ্রতা শব্দটি ব্যবহৃত হয়। শীতকালের বায়ু শুষ্ক ও গ্রীষ্মকালের বায়ু আর্দ্র হয়। অর্থাৎ শীতকালের তুলনায় গ্রীষ্মকালের বায়ুতে অধিক পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে। বায়ুর আর্দ্রতাকে দুই ভাবে প্রকাশ করা হয়। যথা—

1. পরম বা চরম আর্দ্রতা
2. আপেক্ষিক আর্দ্রতা

পরম বা চরম আর্দ্রতা: কোন সময় কোন স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম বা চরম আর্দ্রতা বলা হয়।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প থাকে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

শিশিরাঙ্ক: যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। কোনো তাপমাত্রায় কোনো স্থানে জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানে শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপের সমান।

আবহাওয়ার পূর্বাভাস; ব্যারোমিটার ও হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাসের পদ্ধতি

ব্যারোমিটারের সাহায্য আবহাওয়ার পূর্বাভাস:

ব্যারোমিটার হচ্ছে বায়ুর চাপ পরিমাপক যন্ত্র। ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতার পরিবর্তন দেখে ঐ স্থানের বায়ুমন্ডলের চাপের পরিবর্তন বোঝা যায়। ব্যারোমিটারে পারদের উচ্চতা লক্ষ্য করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেখা যায়। পূর্বাভাস গুলো নিম্নরূপ—

1. **পারদস্তম্ভের উচ্চতা বৃদ্ধি:** ব্যারোমিটারে পারদের উচ্চতা ধীরে ধীরে বাড়তে থাকা মানে বায়ুমন্ডলীয় চাপ বেড়ে যাওয়া। বায়ুতে জলীয়বাষ্প কম থাকলে বায়ুচাপ বৃদ্ধি পায়। বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমান কমে যাওয়া মানে অক্সিজেন ও নাইট্রোজেন কিংবা অন্যান্য উপাদান গুলো বৃদ্ধি পাওয়া। জলীয়বাষ্প বা পানির আণবিক ভর 18 এবং বায়ুতে বিদ্যমান অক্সিজেন ও নাইট্রোজেনের আণবিক ভর যথাক্রমে 32 ও 28। তাই জলীয়বাষ্প কমলে বায়ুর ঘনত্ব বাড়ে। ফলশ্রুতিতে $P \propto \rho$ অনুযায়ী বায়ুচাপও বাড়ে। যেহেতু বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ কমে যায় তাই আবহাওয়া শুষ্ক ও পরিষ্কার হয় তথা বৃষ্টিপাত বা ঝড়বৃষ্টির সম্ভাবনা থাকে না।

2. **পারদস্তম্ভের উচ্চতা হ্রাস:** ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বোঝা যাবে বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ ধীরে ধীরে বাড়ছে। কারণ জলীয়বাষ্প বায়ুর চেয়ে হালকা। তাই জলীয়বাষ্প বৃদ্ধি পেলে বায়ুচাপ হ্রাস পায়। অর্থাৎ সেখানে নিম্নচাপের সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে ঝড়ঝঞ্ঝা, বৃষ্টিপাত ইত্যাদি ঘটার সম্ভাবনা বেড়ে যায়।

3. **পারদস্তম্ভের উচ্চতার মাত্রাতিরিক্ত হ্রাস:** পারদস্তম্ভের উচ্চতা যদি আরও কমে যায় তাহলে বুঝতে হবে সেখানে বায়ুতে গভীর নিম্নচাপ সৃষ্টি হয়েছে। এই ধরনের গভীর নিম্নচাপযুক্ত অঞ্চলে পার্শ্ববর্তী উচ্চচাপ অঞ্চল থেকে বায়ু প্রচন্ড বেগে ছুটে এসে ঘূর্ণিঝড়বৃষ্টি বা সাইক্লোন ঘটাতে পারে।

হাইগ্রোমিটারের সাহায্য আবহাওয়ার পূর্বাভাস:

বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতা মাপক যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বা হাইগ্রোস্কোপ বলে। হাইগ্রোমিটার বিভিন্ন প্রকার হতে পারে। নিচে শুষ্ক এবং সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রক্রিয়া উল্লেখ করা হলো।

শুষ্ক এবং সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস: আর্দ্র বায়ু অপেক্ষা শুষ্ক বায়ুতে পানি দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। আবার বাষ্পায়ন যত বেশি হয় আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের পানি তত হ্রাস পায়। সুতরাং আর্দ্র ও শুষ্ক এ দুটি বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য লক্ষ্য করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেখা যায়। পূর্বাভাস গুলো নিম্নরূপ—

1. থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য বেশি হলে বুঝতে হবে বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ কম অর্থাৎ আবহাওয়া শুষ্ক থাকবে।

2. থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য কম হলে বুঝতে হবে বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি অর্থাৎ আবহাওয়া আর্দ্র থাকবে।

3. থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বুঝতে হবে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ ধীরে ধীরে বাড়ছে এবং বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

4. থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য হঠাৎ কমতে শুরু করলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ হঠাৎ বেড়ে গেছে এবং ঝড়-বৃষ্টির সম্ভাবনা রয়েছে।

5. থার্মোমিটার দুটি পাঠের পার্থক্য না থাকলে বুঝতে হবে বাতাসে জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত আছে।

স্থিতিস্থাপকতা এর সীমা ও ক্লান্তি এবং কারণ

স্থিতিস্থাপকতা: যে ধর্মের কারণে বলের ক্রিয়ায় বিকৃত বস্তু প্রযুক্ত বল অপসারণে পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে বা আসতে চায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। এবং ঐ বস্তুকে স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমা: বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের সর্বোচ্চ যে মান পর্যন্ত কোনো বিকৃত বস্তু সম্পূর্ণরূপে পূবাবস্থায় ফিরে আসে, বলের সেই মানকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

পূর্ণস্থিতিস্থাপক বস্তু: বাহ্যিক বল অপসারিত হলে যদি বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তবে ঐ বস্তুকে পূর্ণস্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি: কোনো বস্তুর উপর ক্রমাগত প্রযুক্ত পীড়নের হ্রাস বৃদ্ধি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম হ্রাস পায়। এর ফলে বল অপসারণ করার সাথে সাথে বসতুটি আগের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরী হয়। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বা স্থিতিস্থাপক অবসাদ বলে। এমতাবস্থায় অসহ ভারের কম ভারে বা স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুটি ছিঁড়ে যেতে পারে বা পুরোপুরি বিকৃত হতে পারে।

অসহভার: কোনো বস্তু তার স্থিতিস্থাপক সীমা পর্যন্ত স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম প্রদর্শন করে। যদি বাহ্যিক প্রযুক্ত বল এই সীমা অতিক্রম করে তবে বল অপসারণে বস্তুটি পূর্বাবস্থা ফিরে পায় না এবং বস্তুর কিছুটা বিকৃতি থেকে যায়। এর পরেও ভার বাড়াতে থাকলে এমন অবস্থা আসবে যে, বস্তুটি ভার সহ্য করতে না পেরে ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যাবে। উক্ত ভার কে অসহভার বা অসহ ওজন বলে।

অসহপীড়ন: কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহভারকে অসহপীড়ন বলে। অর্থাৎ

অসহপীড়ন = অসহভার / ক্ষেত্রফল

দৃঢ় বস্তু: বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় যদি কোনো বস্তু বিকৃত না হয় তবে তাকে দৃঢ় বস্তু বলে।

অস্থিতিস্থাপক বস্তু বা প্লাস্টিক বস্তু: বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটলে এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে যদি বস্তুর বিকত অবস্থা বজায় থাকে তবে উক্ত বস্তুকে অস্থিতিস্থাপক বস্তু বা প্লাস্টিক বস্তু বলে।

পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা কম বেশি হওয়ার কারণ: বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে বিকৃত বস্তু যে ধর্মের কারণে তার পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপক ধর্ম বলে এবং বস্তুটিকে স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে। যেসব বস্তু পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত তথা স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান বেশি সেসব বস্তু বেশি স্থিতিস্থাপক। আর যেসব বস্তুর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কম সেসব বস্তু কম স্থিতিস্থাপক। যেমন লোহার ক্ষেত্রে অধিক পীড়ন দেয়া সত্ত্বেও বিকৃতির মান যৎসামান্য হয়। কিন্তু রাবার, এলুমিনিয়াম ও তামার ক্ষেত্রে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত তুলনামূলক ভাবে কম। তাই রাবার, এলুমিনিয়াম বা তামা অপেক্ষা লোহা বেশি স্থিতিস্থাপক।

পৃষ্টটান, পৃষ্টশক্তি ও পৃষ্টটানের আণবিক তত্ব

পৃষ্টটান: কোনো তরল পৃষ্ঠে একটি সরলরেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ঐ রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে যে স্পর্শক বল ক্রিয়া করে তাকে পৃষ্টটান বলে। অর্থাৎ তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ যে ধর্মের কারণে টানটান পর্দার মতো আচরণ করে তাকে পৃষ্ঠটান (Surface tenson) বলে।

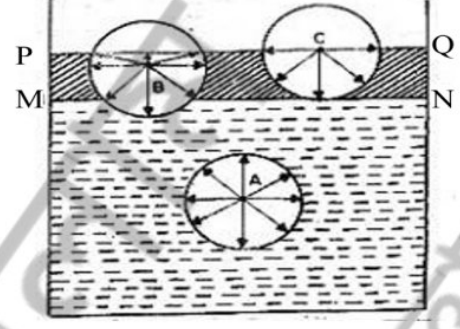
পৃষ্টটান হলো প্রবাহীর পৃষ্টের একটি স্থিতিস্থাপক প্রবণতা, যা উপরিতলকে সম্ভাব্য সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফল প্রদান করে। পৃষ্টটানের অন্যতম বৈশিষ্ট্য হলো এর কারণে তরলের চেয়ে ভারী কোনো কিছুকে এর উপর ভাসতে দেখা যায়। যেমন পানির উপর যেসব কীট পতঙ্গকে দৌড়াতে দেখা যায়, সেগুলোর ঘনত্ব পানির চেয়ে বেশি হওয়া সত্ত্বেও পৃষ্টটানের কারণে এমনটি ঘটে। আর্কিমিডিসের সূত্রানুসারে পানির চেয়ে ভারী কিছু পানিতে ভেসে থাকতে পারে না কিন্তু এসব কীট পতঙ্গের ভেসে থাকার ক্ষেত্রে পৃষ্টটান দায়ী। আবার পানির উপরে ফেনা বা থুথু ফেললে পৃষ্টটানের কারণে চারদিকে দ্রুত ছড়িয়ে পড়ে।

বিঃদ্রঃ তরল পদার্থ ‘সান্দ্রতা’ ও ‘পৃষ্টটান’ উভয় ধর্ম প্রকাশ করলেও গ্যাসীয় পদার্থ এদের মধ্যে শুধু ‘সান্দ্রতা’ প্রকাশ করে। অর্থাৎ গ্যাসীয় পদার্থের ‘পৃষ্টটান’ নেই।

পৃষ্ঠশক্তিঃ বহিস্থ উৎস থেকে তরলের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য পৃষ্টটানের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয় এবং এই কাজ বিভবশক্তি রূপে তরল পৃষ্ঠে সঞ্চিত হয়। তরলের এই বিভবশক্তি কে পৃষ্ঠশক্তি বলে।

যদি তাপমাত্রা স্থির থাকে তবে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান হবে। অর্থাৎ তাপমাত্রা স্থির রেখে তরলপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যে কাজ করা হয় তাকে ঐ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান বা পৃষ্ঠশক্তিও বলা যায়। উল্লেখ্য, বস্তুবিজ্ঞানে পৃষ্ঠটানকে পৃষ্ঠ পীড়ন বা মুক্ত পৃষ্ঠশক্তি নামেও অভিহিত করা হয়।

পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ব: বিজ্ঞানী ল্যাপ্লাস সর্বপ্রথম আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে নিম্নলিখিত ভাবে পৃষ্টটান ব্যাখ্যা করেন—
তরলের অণুগুলো পরষ্পর সংসক্তি বলে আকর্ষণ করে। দুটি অণুর মধ্যে সংসক্তি বল এদের মর্ধ্যবর্তী দুরত্বের উপর নির্ভর করে। এই আকর্ষণ বল একটি অণু থেকে আরেকটি অণু সর্বাধিক যে নির্দিষ্ট দুরত্বে থেকে সংসক্তি বল অনুভব করে সেই দুরত্বকে আণবিক পাল্লা বলে। এই পাল্লার মান 10^{-9} m এর কাছাকাছি। এখন একটি অণুকে কেন্দ্র করে 10^{-9} m ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করলে, কেন্দ্রস্থ অণুটি গোলোর অভ্যন্তরস্থ সব অণু দ্বারা আকৃষ্ট হবে। গোলকের বাইরের অণুর উপর এর উপর কোনো প্রভাব থাকবে না। এই গোলকটিকে অণুটির প্রভাব গোলক বলে।

চিত্রে A, B ও C তিনটি অণু বিবেচনা করা হয়েছে। A অণুটি তরলের অভ্যন্তরে, B অণুটি তরল পৃষ্ঠের ঠিক নিচে এবং C অণুটি তরলপৃষ্ঠে অবস্থিত। এখন এদের প্রভাব গোলক অংকন করা হলো। A অণুটি সম্পূর্ণভাবে তরলের ভিতরে আছে। তার প্রভাব গোলক অভ্যন্তরস্থ সকল অণু দ্বারা চারদিকে সমভাবে আকৃষ্ট হবে। ফলে A অণুটির উপর লব্ধি আকর্ষণ বল শুন্য হবে। B অণুটি এমন এক অবস্থানে অবস্থিত যে এর প্রভাব গোলকের কিছু অংশ তরলের নিচে এবং কিছু অংশ বাইরে আছে। বাইরের অংশে তরলের অণু না থাকায়, B অণুটির উপর উর্ধ্বমূখী আকর্ষণ বলের চেয়ে নিম্নমুখী আকর্ষণ বল বেশি হবে। তাই B অণুর উপর নিম্নমুখী একটি লব্ধি বল ক্রিয়া করবে এবং অণুটির নিম্নাভিমুখে যাওয়ার প্রবণতা সৃষ্টি হবে। C অণুটি তরলপৃষ্ঠে অবস্থিত হওয়ায় এর প্রভাব গোলকের অর্ধাংশ তরলের বাইরে অবস্থান করছে। বাইরের অঙশে তরলের অণু না থাকায় C অণুটির উপর কোনো উর্ধ্বমূখী বল থাকবে না। কেবল প্রভাব গোলকের নিচের অর্ধাংশের অণুগুলো জন্য C অণুর উপর সর্বাধিক নিম্নমুখী লব্ধি বল ক্রিয়া করবে। কাজেই C অণুটি সর্বাধিক লব্ধিবলে নিম্নাভিমুখে যাওয়ার প্রবণতা দেখাবে।

এবার তরলের মুক্তপৃষ্ঠ PQ থেকে আণবিক পাল্লার সমান দূরত্বে একটি সমান্তরাল তল MN কল্পনা করলে PQ এবং MN তলের ভিতরে অবস্থিত অণুগুলির সংসক্তি বলের নিম্নমুখী টান অনুভব করবে। এই টান MN তল থেকে যতই উপরে যাওয়া যাবে ততই বৃদ্ধি পেতে থাকবে এবং মুক্ত তলে এর মান সর্বাধিক। কোনো অণুকে তরলের অভ্যন্তর হতে MN তলের উপরে আনতে নিম্নমুখী সংসক্তি বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে এবং এই কাজ অণুটির বিভবশক্তি বৃদ্ধি করবে। সুতরাং MN তলের নিচের অণুগুলির তুলনায় উপরের অণুর বিভবশক্তি বেশী। সকল বস্তুই সর্বনিম্ন বিভবশক্তিতে আসতে চায়। এখন MN তল হতে মুক্তপৃষ্ঠ পর্যন্ত অণুগুলোর বিভবশক্তি সর্বনিম্ন করতে হলে মুক্তপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে হবে। কাজেই তরলের মুক্ততল সর্বদা ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চায় অর্থাৎ সঙ্কুচিত হতে চায়, ফলে মুক্ত পৃষ্ঠ টান টান অবস্থায় থাকে। মুক্তপৃষ্ঠ সঙ্কুচিত হবার প্রয়াসে এর স্পর্শক বরাবর যে টান বল অনুভূত হয় তাকে পৃষ্ঠটান বলে। এটিই হলো আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা।

পৃষ্টটানের কারনে তরল পৃষ্টের স্থিতিস্থাপকতা ও বৃষ্টির ফোটার আঁকার

পৃষ্ঠটানের কারণে তরল পৃষ্ঠের পরিবর্তন:

পৃষ্ঠটানের কারনে তরল পৃষ্ঠ সমতল থেকে হয় উত্তল বা অবতল আকৃতি ধারন করে। যে সকল তরল কোনো পাত্রে রাখলে যদি ঐ পাত্রের দেয়াল ভিজে যায় তবে ঐ পাত্রে তরলটি রাখলে তার পৃষ্ঠদেশ অবতল হয়। এবং যদি পাত্রের দেয়াল তরল দ্বারা ভিজে না যায় তবে তরল পৃষ্ঠ উত্তল হবে।

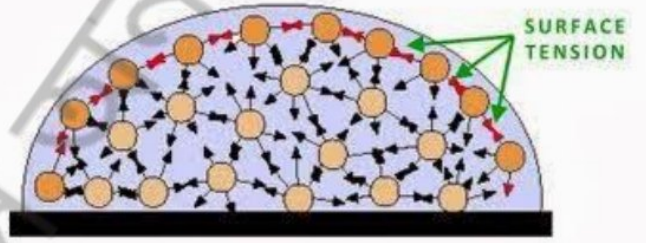
প্রশ্নঃ তরলের পৃষ্ঠটান সৃষ্টি হয় কেনো? অথবা তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠ স্থিতিস্থাপকতার ধর্ম প্রদর্শন করে কেনো?

উত্তরঃ পৃষ্ঠটান হচ্ছে তরল পদার্থের স্থিতিস্থাপক প্রবণতা যা তরলকে সম্ভাব্য সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফল প্রদান করে। তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠে দুই ধরণের বল ক্রিয়া করার কারণে সেখানে পৃষ্ঠটানের সৃষ্টি হয়, যার ফলে এটি স্থিতিস্থাপকতার ধর্ম প্রদর্শন করে। তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠে তরলের ভিতর থেকে তথা গভীরের দিক থেকে সংসক্তি বল ক্রিয়া করে। একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলে। এই বল তরলের পৃষ্ঠের ভিতরের দিকে বা নিম্নমূখী হয়।

আবার তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠে আরও যে ধরণের বল দেখা যায়, সেটা হলো আসঞ্জন বল। অর্থাৎ তরলের মুক্ত প্রান্ত এবং তৎসংলগ্ন বাইরের ভিন্ন পদার্থ তথা তরল ও গ্যাস অথবা তরল ও পাত্রের দেয়ালের সংযোগস্থলে, দুই ভিন্ন পদার্থের অণুগুলির মধ্যে আসঞ্জন বল ক্রিয়া করে। একটি পদার্থকে অন্য একটি পদার্থের সংস্পর্শে রাখলে পদার্থ দুটির অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক যে আকর্ষণ বল অনুভূত হয় তাকে আসঞ্জন বল বলে। এই বল তরলের পৃষ্ঠের বাইরের দিকে বা উর্ধ্বমূখী হয়। এই আসঞ্জন বল অপেক্ষা সংসক্তি বল অনেক বেশি হওয়ায় পৃষ্টটান সংঘটিত হয়। অর্থাৎ তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠে ক্রিয়ারত আসঞ্জন ও সংসক্তি বলের লব্ধি এমন ভাবে ক্রিয়া করে, যেনো তরলের উপরিতল টানটান করা পর্দা দ্বারা আবৃত রয়েছে। এই অসম লব্ধি বলের কারণেই তরলপৃষ্ঠে সংকোচনশীল টান অনুভূত হয়, যা পৃষ্টটান নামে পরিচিত। আর যেকোনো টানটান পর্দা সাধারণত স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে। তাই তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠ স্থিতিস্থাপক ধর্ম প্রদর্শন করে।

বৃষ্টির ফোঁটা বা পানির ফোঁটা গোলাকার হওয়ার কারণ—

পৃষ্টটানের কারণে বৃষ্টির ফোঁটা বা পানির ফোঁটা গোলাকার হয়। সাধারনত কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখো সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে যে বর ক্রিয়া করে তাকেই ঐ তরলের পৃষ্টটান বলে। অর্থাৎ পৃষ্টটান হলো তরল পদার্থের অণুসমূহের পারস্পারিক আকর্ষণী (সংসক্তি) বলের কারণে সংকুচিত হওয়ার প্রবণতা। সংকুচিত বা স্বল্প আয়তনের তরল পদার্থ সাধারণত গোলকের আকার ধারণ করে। কারণ নির্দিষ্ট আয়তনের তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় তলের ক্ষেত্রফল গোলক আকৃতিতে সর্বনিম্ন হয়। আর পৃষ্টে ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হলে পৃষ্টশক্তি সর্বনিম্ন হয় ফলে তরল পদার্থ বেশি স্থিতিশীল হয়। এজন্য বৃষ্টির ফোঁটা বা পানির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে।

পানির প্রতিটি অণু, অন্য অণুর সাথে চারটি হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে। বিপুল পরিমাণ অণুবিশিষ্ট পানিতে প্রতিটি অনু, চারপাশের অণু দ্বারা সমানভাবে টানের মুখোমুখি হয়। এতে তরলের ভিতরের দিকে অবস্থিত অণুর উপর লব্ধি বল শুন্য হয়।

ফলে পৃষ্ঠে অবস্থিত অণুগুলোর ক্ষেত্রে বাইরের দিকে অর্য কোনো অণু না থাকায় এরা শুধু ভিতরের দিকে টান অনুভব করে। ফলে পানির ফোঁটার আকৃতি গোলাকার হতে বাধ্য হয়। অর্থাৎ তরলের মুক্ত বা প্রান্তীয় পৃষ্ঠ বরাবর সবসময় ভিতরের দিকে একটি টান থাকে। যার কারণেই পানির ফোঁটা গোল হয়ে পড়ে। সুতরাং বলা যায়, তরলের ফোঁটার গোলাকার আকৃতি ধারণের জন্য পৃষ্টটান দায়ী। কিন্তু বৃষ্টি বা পানির ফোঁটা যখন ভূপৃষ্ঠ পড়তে থাকে তখন অভিকর্ষ বল তাদের নিখুঁত গোলক হতে বাঁধা দেয়। অভিকর্ষ বল সহ অন্যান্য পারিপার্শ্বিক বল অনুপস্থিত থাকলে সমস্ত তরল পদার্থের ফোঁটাই প্রায় সুষম গোলক আকৃতি ধারণ করবে।

৩৪. বিকৃতি

বিকৃতি: বল প্রয়োগে যে কোন মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাকে বিকৃতি বলে।

ইহাকে ϵ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ইহা একই জাতীয় রাশির অনুপাত হওয়ায় এর কোন একক ও মাত্রা নেই।

বিকৃতির প্রকার:

এটি ৩ প্রকার

(i) দৈর্ঘ্য বিকৃতি বা একমাত্রিক বিকৃতি।

(ii) ~~দ্বন্দ্ব~~ আকার বিকৃতি বা দ্বিমাত্রিক ~~দ্বি~~ বিকৃতি বা কৃন্তন বিকৃতি।

(iii) আয়তন বিকৃতি বা ত্রিমাত্রিক বিকৃতি।

(i) **দৈর্ঘ্য বিকৃতি:** বল প্রয়োগে বস্তুর দৈর্ঘ্য বরাবর যে বিকৃতি ঘটে তাকে ~ বলে।

ইহাকে ϵ_l দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

রাশিমালা

একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন দ্বারা দৈর্ঘ্য বিকৃতি পরিমাপ করা হয়।

অর্থাৎ, $\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \dfrac{\text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

বা, $\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \dfrac{\text{আদি দৈর্ঘ্য} \sim \text{চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

এখন, কোন বস্তুর আদি দৈর্ঘ্য L_0 এবং বল প্রয়োগে চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য L হলে,

প্রসারণের ক্ষেত্রে,

$$\epsilon_l = \frac{L - L_0}{L_0}$$

$$\Rightarrow \epsilon_l = \frac{L}{L_0} - 1$$

সংকোচনের ক্ষেত্রে :

$$\epsilon_l = \frac{L_0 - L}{L_0}$$

$$\Rightarrow \epsilon_l = 1 - \frac{L}{L_0}$$

দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ΔL হলে;

$$\epsilon_l = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\Delta L = L \sim L_0$$

(ii) আকার বিকৃতি : বল প্রয়োগে বস্তুর আকার বরাবর যে পরিবর্তন ঘটে তাকে আকার বিকৃতি বলে।

ইহাকে ϵ_θ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

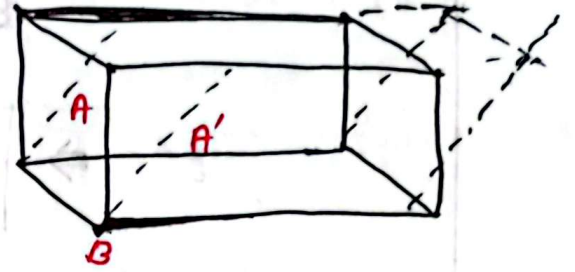
বস্তুর আকার বরাবর একক কৌণিক বিকৃতি দ্বারা আকার বিকৃতির পরিমাপ করা হয়।

রাশিমালা

আবার, বিকৃতি $= \dfrac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{লম্ব দূরত্ব}}$

$$= \frac{AA'}{AB}$$

$$= \tan\theta$$

θ ক্ষুদ্র হলে $\tan\theta = \theta$ ধরা যায়। ∴ আকার বিকৃতি $= \theta$.

(iii) আয়তন বিকৃতি: বল প্রয়োগে বস্তুর আয়তন বরাবর যে বিকৃতি ঘটে তাকে ~ বলে।

ইহাকে ε_v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

রাশিমালা

প্রতি একক আয়তনের পরিবর্তন দ্বারা আয়তন বিকৃতি পরিমাপ করা হয়।

অর্থাৎ, আয়তন বিকৃতি $= \dfrac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{আদি আয়তন}}$

∴ আয়তন বিকৃতি $= \dfrac{\text{আদি আয়তন} \sim \text{চূড়ান্ত আয়তন}}{\text{আদি আয়তন}}$

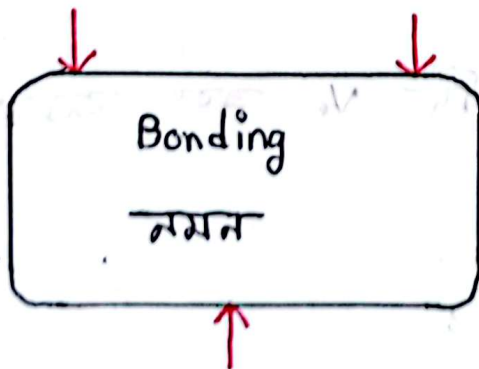
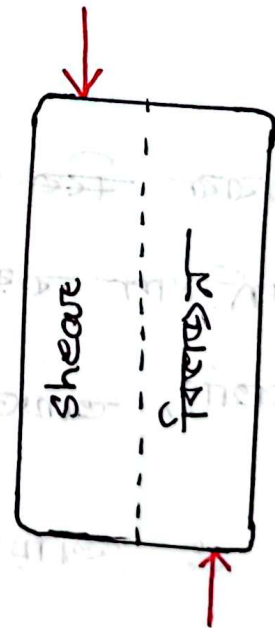
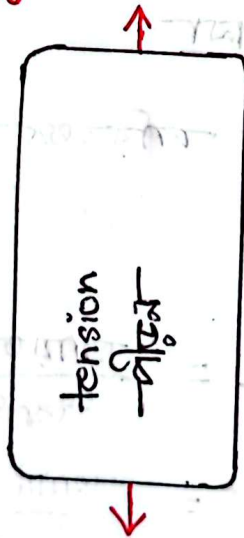
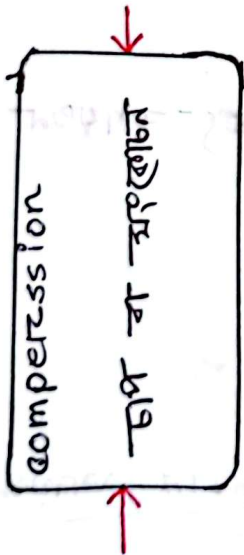
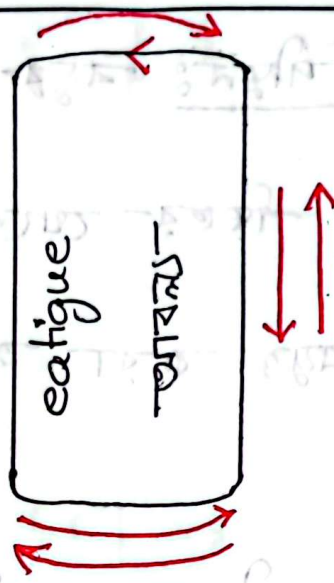
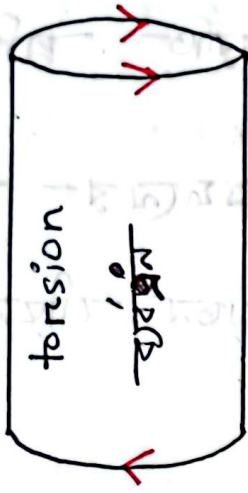
এখন, কোন বস্তুর আদি V_0 এবং বল প্রয়োগে চূড়ান্ত আয়তন V হলে,

প্রসারণের ক্ষেত্রে, $\varepsilon_v = \frac{V - V_0}{V_0}$

$$\Rightarrow \varepsilon_v = \frac{V}{V_0} - 1.$$

সংকোচনের ক্ষেত্রে, $\varepsilon_v = \frac{V_0 - V}{V_0}$

$$\Rightarrow \varepsilon_v = 1 - \frac{V}{V_0}.$$

আয়তনের পরিবর্তন ΔV হলে;

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} \quad \Big| \quad \Delta V = V \sim V_0.$$

পীড়ন

*** বস্তুর আকৃতির উপর ভিত্তি করে পীড়নকে ৩ ভাগে ভাগ করা যায়। যথা—

(i) দৈর্ঘ্য পীড়ন।

(ii) আকার পীড়ন বা ব্যবর্তন পীড়ন।

(iii) আয়তন পীড়ন।

পীড়ন: একক ক্ষেত্রফলের বিকৃতির কারণে পদার্থের ভিতরে যে বল তৈরি হয় তাকে পীড়ন বলে।

ইহাকে সিগমা (σ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(i) দৈর্ঘ্য পীড়ন: বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি প্রতিরোধের জন্য বস্তুর ভিতর থেকে একক ক্ষেত্রফলে যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে ~ বলে। ইহাকে σL দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(ii) আকার পীড়ন: বস্তুর আকার বিকৃতি প্রতিরোধের জন্য বস্তুর ভিতর থেকে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে বল প্রযুক্ত করা হয় তাকে আকার পীড়ন বলে। একে $\sigma\theta$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়

(iii) <u>আয়তন পীড়ন</u>ঃ বস্তুর আয়তন বিকৃতি প্রতিরোধের জন্য বস্তুর ভিতর থেকে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে বল প্রযুক্ত করা হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে।

পীড়নের রাশিমালা

A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে যদি বিকৃতি ঘটে, সেই বিকৃতি যদি F প্রতিরোধ বল তৈরি করে তবে,

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{F}{A}.$$

$$\Rightarrow \sigma = P \quad [\because P = \frac{F}{A}]$$

$$\therefore \text{পীড়ন} = \text{চাপ}$$

∴ পীড়ন তত্ত্ব একক ও মাত্রা চাপের একক ও মাত্রার অনুরূপ হবে। যেহেতু চাপের একক ও মাত্রা যথাক্রমে Nm^{-2} এবং $ML^{-1}T^{-2}$।

∴ পীড়ন তত্ত্ব একক Nm^{-2} এবং মাত্রা $ML^{-1}T^{-2}$.

৩৮. হুকের সূত্র

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন বিকৃতি সমানুপাতিক।

অর্থাৎ; পীড়ন $\propto$ বিকৃতি।

$$\Rightarrow \sigma \propto \epsilon$$

$$\Rightarrow \sigma = K\epsilon$$ [এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক]

$$\Rightarrow K = \frac{\sigma}{\epsilon}$$ [ইহাকে স্থিতিস্থাপক গুণাংক বলে]

Tytle no 37.

স্থিতিস্থাপক গুণাংক: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একে স্থিতিস্থাপক গুণাংক বলে। এর একক Nm^{-2} এবং মাত্রা $ML^{-1}T^{-2} = [K]$

* স্থিতিস্থাপক গুণাংকের প্রকারভেদ:

এটি ৩ প্রকার—

(i) ইয়ংএর গুণাংক/ইয়াংস মডুলাস।

(ii) দৃঢ়তার গুণাংক/কাঠিন্যের গুণাংক/ব্যবর্তন গুণাংক/মোচড় গুণাংক/কৃন্তন গুণাংক।

(iii) আয়তনীয় গুণাংক/বাল্ক মডুলাস

(i) ইয়াংস মডুলাস: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। ইহাকেই ইয়াংস মডুলাস বলে। একে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

* ইয়াং স গুণাংক এর রাশিমালা :

কোন বস্তুর উপর দৈর্ঘ্য পীড়ন, $\frac{T}{A}$ এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি; $\frac{\Delta L}{L_0}$ হলে ;

$$\text{ইয়াং স গুণাংক} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{T/A}{\Delta L/L_0}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{TL_0}{\Delta LA}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = \frac{mgL_0}{A\Delta L}}$$

কোন বস্তুর আদি দৈর্ঘ্য L_0 এবং চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য L হলে ;

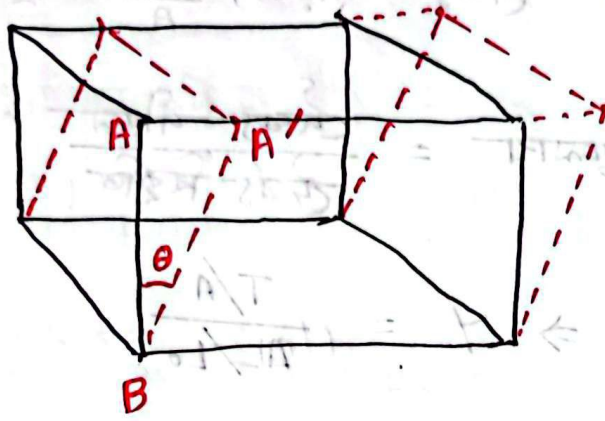
প্রসারণের ক্ষেত্রে ;

$$\boxed{Y = \frac{mgL_0}{A(L-L_0)}}$$

সংকোচনের ক্ষেত্রে ;

$$\boxed{Y = \frac{mgL_0}{A(L_0-L)}}$$

(ii) দৃঢ়তার গুণাংক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আকার পীড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি । একেই দৃঢ়তার গুণাংক বলে । ইহাকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয় ।

* দৃঢ়তার গুণাংক এর রাশিমালা ঃ

$$\text{আকার বিকৃতি} = \frac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{লম্ব দূরত্ব}}$$

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{AA'}{AB}$$

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \tan\theta$$

θ এর মান ক্ষুদ্র হলে; $\tan\theta \approx \theta$ ধরা যায়।

$$\therefore \boxed{\epsilon_\theta = \theta}$$

এখন, দৃঢ়তার গুণাংক $= \frac{\text{আকার পীড়ন}}{\text{আকার বিকৃতি}}$

$$\Rightarrow n = \frac{F/A}{\epsilon_\theta}$$

$$\Rightarrow n = \frac{F/A}{\theta}$$

$$\therefore \boxed{n = \frac{F}{A\theta}}$$

(ii) আয়তনীয় গুনাংক: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একে আয়তনীয় গুনাংক বলে। ইহাকে β বা K দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

রাশিমালা

কোন বস্তুর উপর আয়তন পীড়ন σ_v এবং আয়তন বিকৃতি ε_v হলে;

$$\text{বাল্ক মডুলাস} = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\sigma_v}{\varepsilon_v}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{P}{\Delta V / V_0} \quad [\because \sigma_v = P]$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta = \frac{PV_0}{\Delta V}} \quad \left[\because \varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0}\right]$$

কোন বস্তুর আদি আয়তন V_0 এবং চুড়ান্ত আয়তন V হলে

প্রসারণের ক্ষেত্রে; $\boxed{\beta = \frac{PV_0}{V - V_0}}$

সংকোচনের ক্ষেত্রে; $\boxed{\beta = \frac{PV_0}{V_0 - V}}$

Q1. কোন বস্তুর ইয়াং এর গুণাংক $5\times10^{12}Nm^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর।

⇒ ইয়াংএর গুণাংক Y হলে;

আমরা জানি; $Y = \frac{FL_0}{A\Delta L}$.

এখানে $A = 1m^2$ এবং $L_0 = \Delta L$ হলে; $y = F$ হয়।

কোন বস্তুর ইয়াং এর গুণাংক $5\times10^{12}Nm^{-2}$ বলতে বোঝায় — $1m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে $5\times10^{12}N$ বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে।

বিকল্প:

⇒ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একে ইয়াং এর গুণাংক বলে।

কোন বস্তুর ইয়াং এর এর গুণাংক $5\times10^{12}Nm^{-2}$ বলতে বোঝায় ঐ বস্তুর উপর প্রযুক্ত দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত সর্বদা $5\times10^{12}Nm^{-2}$ হয়।

Q2. লোহার ~~কুন্তন~~ দৃঢ়তার গুণাংক $3 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝ ব্যাখ্যা কর?

⇒ দৃঢ়তার গুণাংক n হলে:

$$n = \frac{F}{A\theta}.$$

এখানে $\theta = 1^c$ ~~রেডিয়ান~~ ও $A = 1\ m^2$ হলে $n = F$ হয়। লোহার দৃঢ়তার গুণাংক $3 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় যে একক ক্ষেত্রফলের উপর $3 \times 10^{10}\ N$ বল প্রয়োগে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে 1^c আকৃতি পরিবর্তিত হয়।

Q3. কোন বস্তুর বাল্ক মডুলাস $17 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা কর?

⇒ বাল্ক মডুলাস B হলে;

আমরা জানি $B = \frac{PV_0}{\Delta V}$.

এখানে $\Delta V = V_0$ হলে $B = P$ হবে। অর্থাৎ কোন বস্তুর আয়তনীয় গুণাংক বা বাল্ক মডুলাস $17 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় ঐ বস্তুর আয়তন বরাবর $17 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ পীড়ন প্রযুক্ত হলে তার আয়তনের পরিবর্তন আদি আয়তনের সমান হবে।

৩৪. সংনম্যতা

কোন বস্তুকে যদি সমভাবে চারদিক থেকে চাপ প্রয়োগ করা হয় তবে বস্তুটির আয়তন সংকুচিত হয়। সংকোচনের এই ধর্মকে সংনম্যতা বলে।

অর্থাৎ চাপ প্রয়োগে একক আয়তনের বস্তুর যে পরিমাণ আয়তনের পরিবর্তন হয় তাকে সংনম্যতা বলে।

আয়তন গুণাংকের বিপরীত রাশি দ্বারা সংনম্যতা পরিমাপ করা হয়।

MKS পদ্ধতিতে ইহার একক $N^{-1}m^2$ বা Pa^{-1}. সংনম্যতাকে K দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ কোনো বস্তুর আয়তনীয় গুণাঙ্ক B হলে,

$$K = \frac{1}{B}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{PV_0/\Delta V}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{\Delta V}{PV_0}}$$

অথবা, $K = \frac{1}{B}$

$$\Rightarrow K = \frac{-\Delta V}{PV_0}.$$

$$\Rightarrow \boxed{K = -\frac{1}{P} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$$

[এখানে ঋণ চিহ্ন দ্বারা সংকোচন বুঝানো হয়েছে]

পয়সনের অনুপাত : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একেই পয়সনের অনুপাত বলে। ইহাকে σ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ইহা একই জাতীয় রাশির অনুপাত হওয়ায় এর কোন একক ও মাত্রা নেই।

রাশিমালা

মনেকরি একটি তারের আদি দৈর্ঘ্য L এবং আদি ব্যাসার্ধ r। দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগে ΔL পরিমান দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে Δr পরিমান ব্যাসার্ধ হ্রাস পায়।

সুতরাং দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{\Delta L}{L}$

এবং পার্শ্ব বিকৃতি $= -\frac{\Delta r}{r}$ [এখানে (−) চিহ্ন সংকোচন বুঝাতে ব্যবহৃত হয়েছে]

$\therefore$ পয়সনের অনুপাত $= \dfrac{-\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} = \dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = -\frac{L\Delta r}{r\Delta L}}$$

পয়সনের অনুপাত শুধু কঠিন পদার্থের একটি বৈশিষ্ট্য। তাত্ত্বিক ভাবে দেখানো যায় পয়সনের অনুপাতের সীমাস্থ মান :

$$\boxed{-1 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}}$$

বাস্তবে পয়সনের অনুপাত কেবলমাত্র তখনই ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব যখন দৈর্ঘ্য প্রসারণের ফলে বস্তুর পার্শ্ব প্রসারণ ঘটে। কিন্তু বাস্তবে তা অসম্ভব। তাই ব্যবহারিক ক্ষেত্রে পয়সনের অনুপাতের মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব নয়। ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে তাই পয়সনের অনুপাতের সীমাস্থ মান $0 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$ ধরা হয়।

Q. অ্যালুমিনিয়ামের পয়সনের অনুপাত 0.35 বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর? (ক)

⇒ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পার্শ্ববিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি একেই পয়সনের অনুপাত বলে। সুতরাং অ্যালুমিনিয়ামের পয়সনের অনুপাত 0.35 বলতে বুঝায় অ্যালুমিনিয়ামের দৈর্ঘ্য বরাবর স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বল প্রয়োগ করলে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত সর্বদাই 0.35 হয়।

বিভিন্ন পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাংক ও পয়সনের অনুপাতের তালিকা

পদার্থের নাম ↓	স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (Nm^{-2})			পয়সনের অনুপাত ↓
	ইয়ং এর গুণাঙ্ক $\times 10^{10}$ Nm^{-2}	আয়তন গুণাংক $\times 10^{10}$ Nm^{-2}	দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $\times 10^{10}$ Nm^{-2}	
ইস্পাত	20	17	8.4	0.33
লোহা (পেটা)	20	17	8	0.28
নিকেল	20	16	7.9	0.31
তামা	13	14	4.8	0.34
লোহা (ঢালাই)	11.5	90	4.6	0.24
পিতল (60% তামা)	10	11	3.5	0.33
অ্যালুমিনিয়াম	7	7.7	2.6	0.35
কাঁচ	6	3.7	3.1	0.18-0.3
সীসা	1.6	4.6	0.56	0.44
পারদ	–	2.8	–	–
গ্লিসারিন	–	0.40	–	–
পানি	–	0.21	–	–
পেট্রোলিয়াম	–	0.14	–	–
ইথাইল অ্যালকোহল	–	0.11	–	–

০১. স্থিতিস্থাপক শক্তি

বাইরে থেকে কোন বস্তুতে বল প্রয়োগে বিকৃতি করলে কিছু কাজ সম্পাদন হয় যা ঐ বস্তুতে শক্তিরূপে জমা থাকে। একে স্থিতিস্থাপক শক্তি বা স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি বলে। একে W বা U দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ইহা এক প্রকার শক্তি। তাই এর একক ও মাত্রা শক্তির একক ও মাত্রার অনুরূপ।

রাশি মালা

স্থিতিস্থাপক শক্তি $= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}\sigma\epsilon}$$

এখন $\sigma = \frac{F}{A}$ ও $\epsilon = \frac{l}{L}$ হলে;

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{A} \cdot \frac{l}{L}}$$

ইয়ং এর গুণাংক $Y = \frac{FL}{Al}$ হলে।

$$\boxed{U = \frac{1}{2} \cdot \frac{YAl^2}{L}}$$ । সূত্র

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি

$$\boxed{U = \frac{W}{V}}$$

Q. 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদ এবং 2 m দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সুষম তারের 1 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে 0.005 J কাজের প্রয়োজন হলে পদার্থের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

⇒ ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y হলে,

এখানে,

$L = 2\ m$

$A = 1\ mm^2 = 10^{-6}\ m^2$

$l = 1\ mm = 10^{-3}\ m$

$U = 0.005\ J$

$Y = ?$

$$U = \frac{YAl^2}{2L}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{2UL}{Al^2}$$

$$= \frac{2 \times 0.005 \times 2}{10^{-6} \times (10^{-3})^2}$$

$$\therefore Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$$

স্থিতিস্থাপক সম্পর্কিত কতিপয় তথ্য ক্যাটাগরির প্রশ্নসমূহ-

Q1. স্থিতিস্থাপক বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে কোনটি মৌলিক?

Q2. একটি টান করা তার হঠাৎ ছিঁড়ে গেলে উষ্ণতার পরিবর্তন হয় কেন?

Q3. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক গুলির ভিত্তিতে কঠিন, তরল ও বায়বীয় পদার্থের মধ্যে পার্থক্য কী?

Q4. স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরি হয় কেন তামার তৈরি হয় না কেন?

Q5. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত কেবলমাত্র বস্তুর প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। কিন্তু প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন ব্যাখ্যা কর।

Q6. একই দৈর্ঘ্যের একটি সরু লোহার তার এবং মোটা লোহার তারের ইয়ং গুনাঙ্কের মান ভিন্ন হবে কি ব্যাখ্যা কর?

Q7. একটি ইস্পাতের তার থেকে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা যায় কি ব্যাখ্যা কর?

Q8. দীর্ঘদিন ব্যবহার করলে স্প্রিং নিক্তি ভুল পাঠ দেয় কেন?

Q9. একটি ~~তামার~~ তার ক্রমাগত বাঁকাতে থাকলে সেটি উত্তপ্ত হয় কেন?

Q10. একটি স্থিতিস্থাপক তারকে কেটে দৈর্ঘ্য অর্ধেক করা হলে এর ফলে তারটি যে পরিমান সর্বোচ্চ ভার বহন করতে পারে তার পরিবর্তন হবে কি?

গ ৩য় ক্যাটাগরি প্রশ্ন

Q1. একটি 3 m দৈর্ঘ্য ও 1 cm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোন তারকে 2kg ভর দ্বারা প্রসারিত করা হলো। ইয়ং গুণাংকের মান 2×10^{11} Nm^{-2} হলে তারটির সম্প্রসারণ নির্ণয় কর।

Q2. 2m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ইস্পাতের একে কত বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে?

Q3. 4m দীর্ঘ ও 2cm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোন তারকে 2mm প্রসারিত করা হলো। তারটি প্রসারণে কৃতকাজ নির্ণয় কর।

Q4. 1 mm ব্যাসার্ধের তারের দৈর্ঘ্য 0.05 % বৃদ্ধি করতে কত বলের প্রয়োজন হবে?

Q5. 3 m দৈর্ঘ্যের একটি তারের নিচে 3 kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য 10cm বেড়ে যায়। যদি ব্যাসার্ধ 3mm হয়। তারটির ইয়ং এর গুণাংক নির্ণয় কর?

Q6. 2.5 m দৈর্ঘ্যের একটি ইস্পাতের তারের নিচে 15 N বল প্রয়োগ করার ফলে দৈর্ঘ্য 8 cm বেড়ে যায়। তারটির ইয়ং এর গুণাংক 2×10^{11} Nm^{-2} হলে তার ব্যাসার্ধ কি পরিমাণ হ্রাস পায়?

[illegible] ২য় [illegible] ST নং [illegible]

৫৪ Date: 10-10-21

ঘ) আমরা জানি

দেওয়া আছে
$m_1 = 0.4\ kg$
$g = 9.8\ ms^{-2}$
$L_1 = 12\ cm$
$= 0.12\ m$
$L_0 = 10$ সে.মি
$= 0.1\ m$
$A = ?$
$Y = 6$ [illegible]

$$\frac{F_1}{A} = \frac{Y(L_1 - L_0)}{L_0}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 g}{A} = \frac{Y(L_1 - L_0)}{L_0}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 g}{A} = \frac{L_0}{Y(L_1 - L_0)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{L_0(m_1 g)}{Y(L_1 - L_0)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{0.1(0.4+9.8)}{0.1(0.12 - 0.1)}$$

~~$= 19.6\ m^2$~~

$$= 196\ m^2$$

আমরা জানি,

$$\frac{F}{A} = Y\frac{L_2 - L_0}{L_0}$$

(গ) আমরা জানি, ইয়ং মডুলাস, $Y = \frac{FL}{Al}$

উদ্দীপক অনুসারে, ১ম ক্ষেত্রে, $Y = \frac{F_1L_1}{Al_1}$ এবং ২য় ক্ষেত্রে, $Y = \frac{F_2L_1}{Al_2}$

[যেহেতু পরীক্ষণীয় বস্তু একটি তাই, আদি দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল একই]

এখানে, $\frac{F_1L_1}{Al_1} = \frac{F_2L_1}{Al_2}$

বা, $\frac{m_1gL_1}{Al_1} = \frac{m_2gL_1}{Al_2}$

বা, $\frac{m_1}{l_1} = \frac{m_2}{l_2}$

বা, $\frac{0.4}{0.02} = \frac{2.7}{l_2}$

বা, $l_2 = \frac{2.7 \times 0.02}{0.4}$

বা, $l_2 = 0.135 \text{ m} = 13.5 \text{ cm}$

উদ্দীপকের চার্ট থেকে পাই,

$M_1 = 0.4 \text{ kg}$ হলে,

বিকৃতি, $l_1 = (12 - 10) \text{ cm}$
$= 2 \text{ cm}$
$= 0.02 \text{ m}$

অতএব, $L_2 = l_2 + L_1 = (13.5 + 10) \text{ cm} = 23.5 \text{ cm}$